

DÉCIO JOSÉ DE FIGUEIREDO

**UTILIZAÇÃO DA VARIÁVEL DIÂMETRO QUADRÁTICO
MÉDIO (d^2_q), EM ESTIMATIVAS VOLUMÉTRICAS DE
EUCALYPTUS GRANDIS HILL EX-MAIDEN, NA
REGIÃO CENTRAL DO PARANÁ**

Dissertação submetida à consideração da Comissão Examinadora, como requisito parcial na obtenção de título de "Mestre em Ciências - M. Sc", no Curso de Engenharia Florestal do Setor de Ciências Agrárias da Universidade Federal do Paraná.

CURITIBA

1982



COORDENAÇÃO DO CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA FLORESTAL

PARECER

Os membros da Comissão Examinadora designada pelo Colegiado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal para realizar a arguição da Dissertação de Mestrado apresentada pelo candidato DÉCIO JOSÉ DE FIGUEIREDO, sob o título "UTILIZAÇÃO DA VARIÁVEL DIÂMETRO QUADRÁTICO MÉDIO (d_q^2), EM ESTIMATIVAS VOLUMÉTRICAS DE *Eucalyptus grandis* HILL EX-MAIDEN, NA REGIÃO CENTRAL DO PARANÁ" para obtenção do grau de Mestre em Ciências - Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal do Setor de Ciências Agrárias da Universidade Federal do Paraná, área de concentração MANEJO FLORESTAL, após haver analisado o referido trabalho e arguido o candidato, são de parecer pela "APROVAÇÃO" da Dissertação, completando assim os requisitos necessários para receber o grau e o Diploma de Mestre em Ciências Florestais. Observação: O critério de avaliação da Dissertação e defesa da mesma a partir de novembro de 1980 é apenas APROVADA ou NÃO APROVADA.

Curitiba, 29 de junho de 1982.

Professor Paulo Renato Schneider, M.Sc
Primeiro Examinador

Professor Luiz Benedito Xavier da Silva, M.Sc
Segundo Examinador



Professor Sylvio Péllico Netto, DR.
Presidente

À minha mãe
e irmãos

À memória de meu pai

D E D I C O

AGRADECIMENTOS

O autor deseja expressar seus sinceros agradecimentos as seguintes pessoas e entidades:

Ao orientador Professor Sylvio Péllico Netto, pela sua orientação, compreensão e amizade.

Aos co-orientadores Professores Sebastião do Amaral Machado e Joésio Deoclécio Pierin Siqueira, pelas valiosas sugestões, estímulos, amizade e confiança depositada.

Aos Professores Afonso Figueiredo Filho e Nelson Carlos Rosot, pela grande colaboração e convivência diária.

Ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal da Universidade Federal do Paraná, por possibilitar a realização deste Curso.

Ao CNPq - Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, pelo suporte financeiro, através de bolsa de estudos.

À Comissão Examinadora, meus críticos e, portanto, colaboradores.

Às Indústrias Klabin do Paraná de Celulose S.A., pelo apoio e cessão de dados que possibilitaram a realização deste trabalho.

Ao Engenheiro Florestal Wilson Simões de Melo, pelo auxílio e empenho durante a coleta de dados no campo.

A colega Regina Maria Moreira, *in memorian*, pela de-

dicação e amizade dispensada na fase inicial deste trabalho.

Aos Engenheiros Florestais Hugo Barbosa Amorim e Luiz Alberto Blanco Jorge, pelo apoio e amizade nos momentos de perplexidade.

Aos demais professores, funcionários e amigos pela convivência importantíssima.

Em especial à minha família, pela compreensão e apoio constante no decorrer do Curso.

B I O G R A F I A

DÉCIO JOSÉ DE FIGUEIREDO, filho de Aurélio Batista de Figueiredo e Maria Gonçalves de Figueiredo, nasceu em Porecatu, Estado do Paraná, no dia 19 de outubro de 1954.

Concluiu o primeiro grau no Colégio Estadual Nilson Baptista Ribas na cidade de Curitiba.

Em 1970 iniciou o estudo secundário no Curso de Eletrônica da Escola Técnica Federal do Paraná, graduando-se em dezembro de 1972.

Em julho de 1974 iniciou o Curso de Engenharia Florestal na Universidade Federal do Paraná, graduando-se em julho de 1978.

Em março de 1979 iniciou o Curso de Mestrado em Engenharia Florestal da Universidade Federal do Paraná, na área de Manejo Florestal, concluindo os requisitos para o grau de M.Sc. em julho de 1980.

S U M Á R I O

	LISTA DE FIGURAS	x
	LISTA DE QUADROS	xii
1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Objetivos	2
2.	REVISÃO DE LITERATURA	3
2.1	Determinação do Volume de Árvores Abatidas .	3
2.2	Estimativas Volumétricas Individuais	5
2.2.1	Equações Volumétricas	7
2.2.2	Relação entre as Variáveis Usadas em Estimativas Volumétricas	8
2.2.3	A Variável Forma em Estimativas Volumétricas	9
2.2.3.1	Quociente de Forma	10
2.2.3.2	Fator de Forma	12
2.2.4.	Modelos Empregados para a Obtenção de Estimativas Volumétricas Diretas	12
2.2.5	Estimativas Volumétricas Indiretas através do Diâmetro Quadrático Médio (d_q^2)	18
2.3	Análise de Resíduos através do Teste de Probabilidade Cumulativa	21
3	MATERIAL E MÉTODOS	22
3.1	Localização dos Povoamentos	22
3.2	Condições Climáticas da Região	22

3.3	Características Gerais dos Povoamentos.....	24
3.4	Amostragem	24
3.5	Número de Árvores por Classe de Diâmetro ...	24
3.6	Medição das Variáveis	27
3.7	Determinação do Volume Padrão ou Real	27
3.8	Modelos Utilizados na Estimativa Direta de Volumes Individuais	30
3.8.1	Seleção do Melhor Modelo	31
3.9	Correção para Discrepância Logarítmica	32
3.10	Estimativas Volumétricas Indiretas através do Diâmetro Quadrático Médio	33
3.10.1	Equações de Regressão para Estimar o Diâme- tro Quadrático Médio	33
3.10.2	A Obtenção das Estimativas Volumétricas	34
3.11	Avaliação das Estimativas Volumétricas Dire- tas e Indiretas	34
3.11.1	Análise de Variância	35
3.11.2	Análise dos Resíduos Volumétricos	36
3.11.2.1	Distribuição Gráfica dos Resíduos em Percen- tagem	36
3.11.2.2	Teste de Probabilidade Cumulativa	36
3.11.2.3	Somatória Quadrática Residual	37
3.11.3	Precisão das Estimativas	37
3.11.3.1	Porcentagem Média dos Desvios	38
3.11.3.2	Erro Padrão Residual em Porcentagem	38
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	40
4.1	Estimativas Volumétricas Diretas	40
4.1.1	Seleção do Melhor Modelo para Estimar o Vo- lume com Casca	40

4.1.2	Seleção do Melhor Modelo para Estimar o Volume sem Casca	44
4.2	Estimativas Volumétricas Indiretas através do Diâmetro Quadrático Médio (d_q^2)	46
4.2.1	Correlação Linear Simples	46
4.2.2	Modelos de Equação para Estimar o Diâmetro Quadrático Médio (d_q^2).....	48
4.3	Avaliação das Estimativas Volumétricas Diretas e Indiretas Resultantes	52
4.3.1	Análise de Variância	52
4.3.2	Análise dos Resíduos Volumétricos	56
4.3.3	Precisão das Estimativas	64
5	CONCLUSÕES	67
6	RESUMO	70
	SUMMARY	73
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	75
	APÊNDICE	78

LISTA DE FIGURAS

1	Local de Coleta de Dados	23
2	Esquema Utilizado para Medição dos Diâmetros ao Longo do Fuste	28
3	Distribuição dos Pontos e Curva Resultante do Ajuste da Equação Seleccionada para Obtenção de Estimativas Diretas do Volume com Casca	45
4	Distribuição dos Pontos e Curva Resultante do Ajuste da Equação Seleccionada para Obtenção de Estimativas Diretas do Volume sem Casca	47
5	Ajuste Obtido na Estimativa do d_q^2/c Utilizando-se o Modelo Linear (1) $dq = b_0 + b_1d$	53
6	Ajuste Obtido na Estimativa do d_q^2/c Utilizando-se o Modelo Linear (2) $dq^2 = b_0 + b_1d^2$	53
7	Ajuste Obtido na Estimativa do d_q^2/c Utilizando-se o Modelo Parabólico (3) $dq^2 = b_0 + b_1d + b_2d^2$.	54
8	Ajuste Obtido na Estimativa do d_{qs}^2/c Utilizando-se o Modelo Linear (1) $dq = b_0 + b_1d$	54
9	Ajuste Obtido na Estimativa do d_{qs}^2/c Utilizando-se o Modelo Linear (2) $dq^2 = b_0 + b_1d^2$	55

10	Ajuste Obtido na Estimativa do dqs/c Utilizando-se o Modelo Parabólico(3) $d\hat{q}^2 = b_0 + b_1d + b_2d^2$.	55
11	Distribuição dos Resíduos Volumétricos com Casca em Percentagem, Fornecidos pelo Modelo Linear (1)	58
12	Distribuição dos Resíduos Volumétricos com Casca em Percentagem, Fornecidos pelo Modelo Linear (2)	58
13	Distribuição dos Resíduos Volumétricos com Casca em Percentagem, Fornecidos pelo Modelo Linear (3)	59
14	Distribuição dos Resíduos Volumétricos com Casca em Percentagem, Fornecidos pelo Ajuste do Modelo Exponencial de Spurr	59
15	Distribuição dos Resíduos Volumétricos sem Casca em Percentagem, Fornecidos pelo Modelo Linear (1)	61
16	Distribuição dos Resíduos Volumétricos sem Casca em Percentagem, Fornecidos pelo Modelo Linear (2)	61
17	Distribuição dos Resíduos Volumétricos sem Casca em Percentagem, Fornecidos pelo Modelo Parabólico (3)	62
18	Distribuição dos Resíduos Volumétricos sem Casca em Percentagem, Fornecidos pelo Ajuste do Modelo Exponencial de Spurr	62

LISTA DE QUADROS

1	Distribuição das Árvores de <i>Eucalyptus grandis</i> Hill ex-Maiden em Classes de Diâmetros e Altura.	26
2	Modelos de Equações de Regressão Testadas para Fornecer Estimativas Volumétricas Diretas	30
3	Modelos Testados para Estimar o Diâmetro Quadrático Médio	33
4	Coeficientes e Estatísticas Relevantes dos Modelos de Regressão Testados, que Fornecem Estimativas Diretas do Volume Total com Casca	41
5	Coeficientes e Estatísticas Relevantes dos Modelos de Regressão Testados, que Fornecem Estimativas Diretas do Volume Total sem Casca	42
6	Coeficientes de Correlação Linear Simples entre as Variáveis Usadas nas Estimativas do Diâmetro Quadrático Médio com Casca	46
7	Coeficientes de Correlação Linear Simples entre as Variáveis Usadas nas Estimativas do Diâmetro Quadrático Médio sem Casca	48
8	Estimativas dos Coeficientes e Estatísticas Relevantes dos Modelos Utilizados para Estimar o Diâmetro Quadrático Médio com Casca	50

9	Estimativas dos Coeficientes e Estatísticas Relevantes dos Modelos Utilizados para Estimar o Diâmetro Quadrático Médio sem Casca	51
10	Análise de Variância para as Estimativas Volumétricas com Casca	57
11	Análise de Variância para as Estimativas Volumétricas sem Casca	57
12	Valores de Probabilidade Cumulativa e Soma de Quadrados das Séries Residuais do Volume com Casca	63
13	Valores de Probabilidade Cumulativa e Soma de Quadrados das Séries Residuais do Volume sem Casca	63
14	Percentagem Média dos Desvios e Erro Padrão Residual em Percentagem, Obtidos para as Estimativas Volumétricas com Casca	65
15	Percentagem Média dos Desvios e Erro Padrão Residual em Percentagem, Obtidos para as Estimativas Volumétricas sem Casca	65
16	Estimativas Volumétricas Médias com Casca	79
17	Estimativas Volumétricas Médias sem Casca	79
18	Teste χ^2 de Bartlett para as Estimativas Volumétricas com Casca	80
19	Teste χ^2 de Bartlett para as Estimativas Volumétricas sem Casca	80

1 INTRODUÇÃO

O advento dos incentivos fiscais para reflorestamento em 1966, proporcionou a formação de grandes maciços florestais em várias regiões do território brasileiro. Devido a escassez e a crescente valorização da matéria-prima, provocada pela exploração desenfreada das florestas nativas, os produtos e subprodutos originados destes reflorestamentos vem conquistando posição de grande destaque no setor florestal brasileiro. O aumento de consumo e a consequente necessidade de substituição da matéria-prima, oriundas anteriormente das florestas nativas, também contribuíram para caracterizar esta situação.

Considerando o atual estágio de desenvolvimento que estes reflorestamentos atingiram, bem como a importância vital que eles assumem como fonte geradora de matéria-prima, o conhecimento do potencial volumétrico existente, torna-se fundamental na elaboração de planos que visem a utilização racional desse recurso renovável. O inventário florestal, frequentemente empregado pelas empresas florestais, é o instrumento utilizado para obtenção de informações em uma determinada área.

O grau de confiabilidade e a quantidade de informações fornecidas pelo inventário florestal repercutirá decisivamente no sucesso das decisões que venham a ser tomadas

pelos administradores ou proprietários de tais florestas.

Nesse particular, ressalta-se que a precisão das estimativas volumétricas individuais influenciam substancialmente na confiabilidade das avaliações volumétricas finais por unidade de área, constituindo-se desta forma, em uma das fases principais desses levantamentos. Portanto pesquisas neste setor devem ser ampliadas visando o desenvolvimento de métodos para a obtenção de estimativas volumétricas individuais, que sejam práticos, não dispendiosos e principalmente precisos. Desse modo, esta pesquisa procura dar sua contribuição, apresentando um método alternativo de enfocar a questão das estimativas volumétricas de árvores individuais, tópico este, de relevada importância para o inventário florestal.

1.1 OBJETIVOS

A presente pesquisa visa alcançar os seguintes objetivos:

- Verificar a possibilidade de utilização do diâmetro quadrático médio na obtenção de estimativas volumétricas individuais.

- Testar a eficiência de seis modelos de equações volumétricas, tendo DAP total como variáveis independentes.

- Comparar estatisticamente as estimativas volumétricas resultantes pelo processo proposto e o melhor modelo de equação de volume ajustado para os dados.

2 REVISÃO DE LITERATURA

2.1 DETERMINAÇÃO DO VOLUME DE ÁRVORES ABATIDAS

Segundo HUSCH et al.¹⁶, o volume é a magnitude tridimensional de um objeto, sendo expresso em unidades cúbicas, as quais são derivadas de algumas das unidades de comprimento.

O problema da determinação volumétrica de árvores de acordo com SPURR³⁴, tem recebido muita atenção em todo meio florestal, uma vez que a árvore é um sólido geométrico complexo e altamente variável.

Para HUSCH et al.¹⁶, o volume de uma árvore consiste basicamente em quatro partes: as raízes, o toco (até a altura de corte), o tronco e a copa.

Em termos de madeira aproveitável o fuste é a porção mais importante da árvore tendo em vista que as raízes e o toco são menos utilizados nas indústrias madeireiras. O volume real pode ser determinado pelos seguintes processos: xilômetro, gráfico e fórmulas padrões.

Segundo VIDAL & CONSTANTINO³⁸, o método do xilômetro, utilizando-se do princípio de deslocamento de líquido, é o que propicia os resultados mais acurados de todos, especialmente para troncos irregulares. No entanto, LOETSCH et al.¹⁹, argumentam que dificuldades óbvias surgem no manuseio de grandes toras.

No método gráfico, que foi desenvolvido por Reineke em 1926, o volume da árvore é conhecido pelo traçado do seu perfil. A vantagem de tal método é a flexibilidade que oferece, pois pode ser usado com sucesso em árvores de qualquer forma. Por outro lado, apresenta como limitações, o uso vagaroso e tendencioso do planímetro como também a necessidade de se traçar um gráfico para cada árvore (SILVA³¹).

As fórmulas padrões são baseadas nos sólidos geométricos e de acordo com AVERY¹, as mais utilizadas para a determinação do volume individual de uma árvore são: Sma - lian, Huber e Newton.

Uma fórmula de determinação volumétrica de árvores abatidas, de grande importância em inventário florestal segundo LOETSCH et al.¹⁹, é o método de Hohenadl que consiste na divisão do tronco em 5 ou 10 secções de igual comprimento relativo à sua altura total ou comercial. O volume do tronco utilizando-se cinco secções é obtido de:

$$V = \frac{\pi}{4} d_{0,1}^2 \cdot h \cdot f_{0,1}$$

onde

$$f_{0,1} = 0,2 \cdot \left\{ 1,0 + \left(\frac{d_{0,3}}{d_{0,1}} \right)^2 + \left(\frac{d_{0,5}}{d_{0,1}} \right)^2 + \left(\frac{d_{0,7}}{d_{0,1}} \right)^2 + \left(\frac{d_{0,9}}{d_{0,1}} \right)^2 \right\}$$

e tem-se

$$V = 0,2h \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (d_{0,1}^2 + d_{0,3}^2 + d_{0,5}^2 + d_{0,7}^2 + d_{0,9}^2)$$

ou ainda

$$V = 0,2h (g_{0,1} + g_{0,3} + g_{0,5} + g_{0,7} + g_{0,9})$$

sendo:

$$V = \text{volume}$$

$$h = \text{altura total}$$

$g_{0,1}$ = área transversal nas alturas relativas

$f_{0,1}$ = fator de forma natural ou de Hohenadl

$d_{0,1}$ = diâmetro a 1/10 da altura (h).

2.2 ESTIMATIVAS VOLUMÉTRICAS INDIVIDUAIS

Segundo SPURR³⁴, as tabelas de volume têm sido utilizadas por mais de 150 anos. O mérito da elaboração da primeira tabela de volume moderna é geralmente concedido a Heinrich Cotta em 1804, de acordo com MACKAY²². Os métodos para estimativas de volume de árvores em pé, tiveram suas bases nos estudos que realizou. Cotta enunciou o seguinte postulado:

O volume de uma árvore depende de seu diâmetro, altura e forma. Quando o volume de uma árvore for determinado corretamente, este valor encontrado é válido para outras árvores de mesmo diâmetro, altura e forma.

Ele afirma ainda que, para indivíduos de uma mesma espécie, vegetando em iguais condições de clima e solo, sujeitos aos mesmos tratamentos, pertencentes às mesmas classes de diâmetro e altura, pode-se admitir que estas árvores possuem a mesma forma e conseqüentemente o mesmo volume. Assim, de acordo com SPURR³⁴, o volume de uma árvore pode ser diretamente estimado relacionando-o com o diâmetro e altura desta, através de métodos gráficos, nomogramas e analiticamente por meios das técnicas de regressão.

O método gráfico, o mais antigo dos três, de acordo com BEERS & GINGRICH³, é de simples emprego e requer menor conhecimento matemático mas, associado a tal simplicidade

está a falta de precisão das estimativas. A principal desvantagem deste método reside na dificuldade de harmonização de boas curvas por classe de diâmetro e altura, tendo em vista o excessivo número de árvores requeridas. Além disso, há erros pessoais que se cometem nos ajustes de tais curvas harmonizadas (HONER¹⁴).

O método de nomogramas, segundo BEERS & GINGRICH³, é mais preciso que o método de curvas harmonizadas, uma vez que as variáveis volume, diâmetro e altura são introduzidas em uma única curva, o que é mais eficiente que ajustar um maior número de curvas. SPURR³⁴, menciona como desvantagem deste método, a necessidade de gráficos básicos, nem sempre disponíveis e a possibilidade de erros devido às mudanças dimensionais de escalas. Relata ainda que as tabelas volumétricas devem ser plotadas graficamente para verificação das estimativas finais.

O método analítico que se baseia na técnica de regressão, segundo DRESS⁷, apresenta a vantagem de ser inteiramente objetivo, uma vez que as inter-relações entre as variáveis dependentes e independentes são determinadas. O procedimento aplicado aos dados básicos envolve o ajustamento de uma curva, tal que a soma dos quadrados dos desvios entre os volumes reais e os estimados pela linha de regressão, seja minimizada. De acordo com CAMPOS⁵, a principal vantagem deste método é a eliminação dos erros pessoais causados no ajustamento das curvas.

2.2.1 EQUAÇÕES VOLUMÉTRICAS

O problema da estimativa do volume de uma árvore segundo GOMES¹¹, toma um dos três aspectos seguintes, na ordem crescente de complexidade das soluções:

a) O volume é estimado a partir de uma só medição direta efetuada na árvore, de um diâmetro ou de uma altura, embora que do ponto de vista prático, seja utilizado exclusivamente um diâmetro.

b) O volume é estimado a partir da medição direta de um diâmetro e de uma altura.

c) O volume é estimado recorrendo a estas duas medições e ainda, a uma terceira que atenda à forma da árvore como quocientes de forma, fatores de forma e diâmetros a determinadas alturas.

De acordo com as variáveis independentes utilizadas para derivar o volume, LOETSCH et al.¹⁹, mencionam ainda a possibilidade de se recorrer a medição de outras variáveis como a altura de copa e/ou a variável espessura de casca, além do DAP e altura.

A solução de equações de volume apresenta segundo LOETSCH et al.¹⁹, três fases distintas:

a) Coleta de um número suficiente de árvores-amostras representativas;

b) Medição de variáveis dependentes e independentes para a derivação da equação de volume;

c) Testes de diferentes modelos e em seguida seleção da melhor equação.

2.2.2 RELAÇÃO ENTRE AS VARIÁVEIS USADAS EM ESTIMATIVAS VOLUMÉTRICAS

Quanto ao número e quais as variáveis que devem ser usadas, BRUCE & SCHUMACHER⁴, afirmam que certos princípios devem ser seguidos. O mérito de uma equação aumenta consideravelmente se ela possuir poucas variáveis independentes; que sejam facilmente mensuráveis e com acuracidade; que sejam altamente correlacionadas com o volume e tenham baixa correlação entre si.

SPURR³⁴, afirma que as variáveis diâmetro e altura não são suficientes para fornecer estimativas precisas do volume e que uma terceira variável independente seria necessário. Porém o mesmo autor cita que a introdução de um fator de forma, como variável adicional, complica a equação de volume, sem que o aumento da precisão seja significativo.

FRAYER⁸, considera que as variações das variáveis independentes são importantes e devem ser medidas com precisão pois, caso contrário os testes estatísticos inerentes à equação e, em alguns casos, os coeficientes estimados pela regressão serão tendenciosos.

PAULA NETO* citado por SILVA³², afirma que todas as medidas de forma são expressas em função de diâmetro e altura, e devido a uma alta correlação usualmente verificada entre forma e diâmetro, e entre forma e altura, a inclusão da for-

* PAULA NETO, F. de. Construction of standard volume table for *Eucalyptus saligna* in the iron region of Brazil. Lafayette, 1975. 101 p. Tese Ph.D. Pardue University.

ma como terceira variável, para ser relacionada com o volume, remove muito pouco as variações não explicadas pela regressão do volume com o diâmetro e altura. Na realidade, desde que se use um rigoroso processo de cubagem, determinando o volume da árvore por pequenas secções, a forma deste estará logicamente, sendo acompanhada nas medições.

SMITH et al.³³, estudando várias expressões de forma em Douglas Fir, Hemlock e Red Cedar, concluíram que não existe vantagem em se medir a forma da árvore, para adicioná-la como variável independente.

2.2.3 A VARIÁVEL FORMA EM ESTIMATIVAS VOLUMÉTRICAS

Por todo o século passado o pensamento em relação ao volume de uma árvore era dirigido à formula:

$$V = g \cdot h \cdot f$$

onde:

V = volume da árvore

g = área transversal

h = altura

f = fator de forma

Considerando que a variável forma, segundo AVERY¹, varia não só de árvore para árvore, como também com a idade, diâmetro, altura e condições ecológicas, foram desenvolvidos vários conceitos para expressar a forma da árvore, utilizados na obtenção de estimativas volumétricas, tais como: quociente de forma e fator de forma.

2.2.3.1 Quociente de Forma

Segundo SPURR³⁴, uma das tentativas mais antigas para explicar a forma da árvore foi o uso de quocientes de forma. Este conceito originou-se na Alemanha, onde a razão entre o diâmetro na metade da altura da árvore e o diâmetro à altura do peito desenvolvida por Schuberg em 1891, poderia ser usado como um índice de forma na construção de tabelas de volume para Silver Fir.

$$k = \frac{d_{0,5h}}{d}$$

Esta razão foi denominada quociente de forma em 1899, por SCHIFFEL* (PRODAN²⁹), o qual estabeleceu ainda os quocientes de forma a um quarto e três quartos de comprimento.

$$k_{0,25h/1,3} = \frac{d_{0,25h}}{d}$$

$$k_{0,75h/1,3} = \frac{d_{0,75h}}{d}$$

Em 1910 JONSON** (HUSCH et al.¹⁶) apresentou uma relação denominada "quociente absoluto de forma", onde o diâmetro superior foi mudado para a metade do comprimento entre o DAP e a altura da árvore.

* SCHIFFEL, A. Form und inhalt der fichte Wien Mitt a.d. forstl. Versuchswesen. Österreichs, Hf. 24. 1899.

**JONSON, T. Taxatoriska Undersökningar om Skogsträdens form I. Granens Stamform, Tidskr. 8:285-328. 1910.

$$k_a = \frac{d_{0,5}(h + 1,3)}{d}$$

Após o desenvolvimento do conceito de fator de forma natural em 1924, por HOHENADL* (PRODAN²⁹) ficou generalizado o amplo uso de quocientes de forma naturais, que são formulados genericamente como:

$$k_{0,i/0,1h} = \frac{d_{0,ih}}{d_{0,1h}} = n_i$$

Com o objetivo de construir tabelas de volumes nos Estados Unidos, em 1933, GIRARD** (HUSCH et al.¹⁶) desenvolveu a concepção de um quociente de forma, que é obtido pela relação entre o diâmetro sem casca (d_u), tomado no topo da primeira tora padrão (5,3m) e o diâmetro à altura do peito com casca.

$$k_G = \frac{d_u}{d}$$

PÉLLICO NETTO²⁸, destaca ainda mais recentemente, a generalização dos quocientes artificiais de forma tomados em alturas absolutas das árvores (5m, 7m, etc.) tais como:

$$k_i = \frac{d_u}{d} \quad \text{Mitscherlich (1942),}$$

$$k_{0,3h/1,3} = \frac{d_{0,3h}}{d} \quad \text{Pollanschütz (1965).}$$

* HOHENADL, W. Der aufbau baumschafte. Fw. Cbl. 1924.

**GIRARD, J.N. Volume tables for Mississippi botton land hard woods and southern pines. Journ. Forestry, 31:34-41. 1933

2.2.3.2 Fator de Forma

Segundo HUSCH et al.¹⁶, fator de forma é definido como a relação do volume da árvore com o volume de um sólido geométrico, tal como o cilindro, o cone ou tronco de cone, com o mesmo diâmetro e altura da árvore.

Denominando-se

$$W_x = \frac{\pi}{4} d_x^2 \cdot h \quad \text{como volume do cilindro tem-se que:}$$

$$V = W_x \cdot f_x \quad \therefore \quad f_x = \frac{V}{W_x}$$

No caso em que o diâmetro à altura do peito seja o diâmetro de referência do cilindro, o valor obtido pela fórmula é denominada fator de forma artificial.

$$f_{1,3} = \frac{V}{W_{1,3}} \quad \therefore \quad V = \frac{\pi}{4} d_{1,3}^2 \cdot h \cdot f_{1,3}$$

Se este diâmetro referencial for tomado a uma altura relativa do tronco, podendo ser esta locada a 1/5, 1/10 ou 1/20 da altura total, obtém-se então o denominado fator de forma natural ou de Hohenadl, sendo que para 1/10 da altura, tem-se (PRODAN²⁹):

$$f_{0,1} = \frac{V}{W_{0,1}} \quad \therefore \quad V = \frac{\pi}{4} d_{0,1}^2 \cdot h \cdot f_{0,1}$$

2.2.3.3 Funções para Estimar Fator de Forma

Importante para a evolução de estimativas volumétricas, foi o desenvolvimento de funções que expressassem a forma da árvore.

Segundo SPURR³⁴, a igualdade mais antiga foi apresentada por Kunze em 1891.

$$f = \frac{d_{0,5}h}{d} - C, \text{ onde } C = \text{constante}$$

Mais adiante, outras funções foram amplamente desenvolvidas conforme observa-se em OGAYA²⁵, destacando-se:

$$f = b_0 + b_1 \cdot k + \frac{b_2}{k \cdot h} \quad \text{Schiffel (1899),}$$

$$f = b_0 + b_1 \cdot k^2 + \frac{b_2}{k \cdot h} \quad \text{Schiffel (1899),}$$

$$f = b_0 + b_1 \cdot k + b_2 k^2 \quad \text{Simony (1904).}$$

Investigações feitas por PRODAN²⁹, em 1944, comprovaram uma correlação bastante estreita entre $(d_{0,5}/d_{0,1})$, e $f_{0,1}$, quando ajustados por uma função linear.

$$f_{0,1} = b_0 + b_1 \cdot (d_{0,5}/d_{0,1}) \quad \text{Prodan-Krenn (1944).}$$

O autor citou ainda que a esta relação pode ser considerada linear para um valor intermediário de $(d_{0,5}/d_{0,1})$, enquanto que o quadro de distribuição para uma área total e melhor equacionada por uma parábola do 2º grau, conforme resultados obtidos quando este trabalhou com a espécie *Fichte*.

$$f_{0,1} = b_0 + b_1 \cdot (d_{0,5}/d_{0,1}) + b_2 (d_{0,5}/d_{0,1})^2 \quad \text{Prodan (1944).}$$

OGAYA²⁵, menciona ainda as seguintes funções desenvolvidas mais recentemente:

$$f = b_0 + b_1 \cdot (d_{0,3}/d_{1,3})^2 + b_2 \cdot \frac{h}{d^2} \quad \text{Pollanchütz (1961),}$$

$$f = b_0 + b_1 \cdot (d_{0,3}/d_{1,3}) + b_2 (d_{0,1}/d_{1,3}) \cdot k + b_3 \cdot \frac{h}{d^2}$$

Pollanchütz (1965).

LOETSCH et al.¹⁹, citam diversas funções de forma que têm sido testadas por vários autores, tais como:

$$f = b_0 + b_1 \cdot d + b_2 \cdot d^2 ,$$

$$f = b_0 + b_1 \cdot d + b_2 \cdot \frac{h}{d} ,$$

$$f = b_0 + b_1 \frac{1}{h} + b_2 \frac{1}{d^2} + b_3 \frac{1}{d^2 h} ,$$

$$\log f = b_0 + b_1 \cdot \log d + b_2 \cdot \log h$$

As funções volumétricas são finalmente obtidas pela substituição destas funções de forma na função do volume e resolvidas na sua forma mais simples.

2.2.4 MODELOS EMPREGADOS PARA A OBTENÇÃO DE ESTIMATIVAS VOLUMÉTRICAS DIRETAS

HEINSDIJK et al.¹², foi provavelmente o primeiro a desenvolver no Brasil equações de volume para *Eucalyptus* spp, aplicando o método dos mínimos quadrados. O modelo utilizado pelo autor, foi o proposto por Schumacher & Hall, em sua forma linearizada.

$$\log V = \log a + b \log d + c \log h$$

VEIGA³⁷, fez vários estudos comparativos entre diversos tipos de equações de volume tais como: equações aritméticas, logarítmicas, equações formais e não formais. Comparando as equações não formais ele encontrou que as equações logarítmicas resultaram mais precisas para volume total, com e sem casca, enquanto que as equações aritméticas foram me-

lhores para estimar o volume comercial, quando aplicadas para *Eucalyptus saligna*.

PAULA NETO et al.²⁶, confeccionaram uma tabela de volume para *Eucalyptus grandis*, com dados de 172 árvores e o modelo utilizado foi o da variável combinada ou de Spurr.

$$V = b_0 + b_1 \cdot d^2 \cdot h$$

PAULA NETO²⁷, testou dois modelos logarítmicos e dois modelos não lineares para *Eucalyptus saligna* e o que melhor se apresentou foi o proposto por Schumacher & Hall, em sua forma não linear.

$$V = b_0 \cdot d^{b_1} \cdot h^{b_2}$$

A FUNDAÇÃO DE PESQUISAS FLORESTAIS DO PARANÁ⁹, procedeu estudos, na região do triângulo mineiro, testando vários modelos para estimar o volume com e sem casca de *Eucalyptus grandis*. As melhores estimativas, para o volume total e comercial, foram obtidas pelo modelo proposto por Meyer.

$$V = b_0 + b_1 d + b_2 d^2 + b_3 d h + b_4 d^2 h + b_5 h$$

SILVA³², testou cinco modelos de equações para várias espécies de *Eucalyptus* no Estado de Minas Gerais, três lineares:

$$V = b_0 + b_1 d^2 h$$

$$V = b_0 + b_1 d^2 + b_2 d^2 h$$

$$V = b_0 + b_1 d^2 + b_2 d^2 h + b_3 d h$$

e dois não lineares:

$$V = b_0(d^2h)^{b_1}$$

$$V = b_0d^{b_1} \cdot h^{b_2}$$

O autor concluiu que o modelo que melhor se ajustou aos dados foi o de Schumacher & Hall, na forma linearizada:

$$\log V = b_0 + b_1 \log d + b_2 \log h$$

Idêntico resultado foi obtido por UBIALLI³⁶, quando testou cinco modelos de equações para estimar os volumes com e sem casca de *Pinus taeda* L. nos principais eixos de reflorestamento do Estado do Paraná.

CAMPOS⁵, comparando a eficiência de três modelos de equações, para estimar o volume de *Pinus elliottii* no Estado de São Paulo, também concluiu ser o modelo de Schumacher & Hall o que apresentou melhores estimadores.

GOMES¹¹, baseando-se nas suas pesquisas afirma que o modelo de equação $V = b_0 + b_1d^2$, exprime com relativa precisão a estimativa do volume, desde que se utilize um número suficiente de classes de altura.

SPURR³⁴, ao comparar equações para duas e quatro séries de dados, concluiu que a equação da variável combinada foi a que melhores resultados apresentou. O autor cita ainda que no caso de ajustamento de equações baseados em amostras pequenas (50 a 100 árvores), a equação de variável combinada fornece estimativas mais precisas.

GOLDIN & HALL¹⁰, destacam a maior precisão e facilidade de manuseio para a equação da variável combinada em estudos comparativos de 25 equações volumétricas, testadas para *Pinus banksiana*, *Picea glauca* e *Populus tremuloides*.

HIGUCHI¹³, obteve boa precisão na estimativa de volume para quatro espécies nativas, utilizando a equação da variável combinada ou de Spurr.

MACHADO²¹, testou sete modelos de equações para estimar o volume de *Pinus taeda* na região de Telêmaco Borba. Os resultados demonstraram que as equações logarítmicas foram mais precisas que as aritméticas para estimar o volume total com e sem casca. Dentre as logarítmicas, o modelo mais preciso foi:

$$\log V = b_0 + b_1 \log d + b_2 \log h + b_3 (\log d \cdot \log h)$$

Dentre treze modelos volumétricos estudados por SCHNEIDER & HOSOKAWA³⁰, a equação logarítmica da variável combinada foi o modelo mais conveniente para predizer os volumes com e sem casca de árvores individuais de acácia negra, ou seja,

$$\log V = \log b_0 + b_1 \log (d^2 \cdot h)$$

SPURR³⁴, afirma que as equações logarítmicas tendem a ser menos precisas que as aritméticas e a sua solução pelo método dos mínimos quadrados é certamente mais incômoda.

Outra restrição quanto à utilização de equações logarítmicas segundo MEYER²⁴, está na transformação das variáveis, o que ocasiona erros sistemáticos, definidos como "discrepância logarítmica".

Com relação ao número de variáveis independentes a serem utilizadas, PAULA NETO* citado por SILVA³², pesquisando

* PAULA NETO, F. de. Construction of standard volume table for *Eucalyptus saligna* in the iron region of Brazil. Lafayette, 1975. 101 p. Tese Ph.D. Purdue University.

do 127 possíveis modelos volumétricos lineares, obtidos de 7 combinações das variáveis diâmetro e altura, pela utilização do método de seleção de equações denominado "método de todas possibilidades", concluiu que o emprego de mais de 4 variáveis independentes em um modelo volumétrico não provoca aumento significativo no coeficiente de determinação. O autor cita que não se deve desprezar a variável independente mais correlacionada com a resposta volume, no caso d^2h .

2.2.5 ESTIMATIVAS VOLUMÉTRICAS INDIRETAS ATRAVÉS DO DIÂMETRO QUADRÁTICO MÉDIO (d_q^2)

Em 1968 KO¹⁷, realizando estudos com intuito de determinar as relações entre fator de forma natural e artificial, introduziu um novo conceito denominado "diâmetro quadrático médio", que é apresentado abaixo:

$$f_{0,1} = 0,2 \left\{ \left(\frac{d_{0,1}}{d_{0,1}} \right)^2 + \left(\frac{d_{0,3}}{d_{0,1}} \right)^2 + \dots + \left(\frac{d_{0,9}}{d_{0,1}} \right)^2 \right\}$$

ou

$$f_{0,1} = \frac{1}{d_{0,1}^2} \left(\frac{d_{0,1}^2 + d_{0,3}^2 + \dots + d_{0,9}^2}{5} \right)$$

onde o somatório do quadrado dos diâmetros da série relativa, dividido pelo número destes, fornece o diâmetro quadrático médio, ou seja:

$$d_q^2 = \frac{d_{0,1}^2 + d_{0,3}^2 + \dots + d_{0,9}^2}{5}$$

O fator de forma Hohenadl será então:

$$f_{0,1} = \frac{d_q^2}{d_{0,1}^2}$$

Divididindo-se o fuste em 5 seções relativas esta expressão pode ser apresentada como:

$$f_{0,1} = \frac{0,2 \sum d_{0,i}^2}{d_{0,1}^2} \quad \therefore i = 1, 3, 5, 7, 9$$

Este conceito de fator de forma foi ampliado pelo autor através da expressão seguinte onde, em função do diâmetro referencial utilizado é possível determinar qualquer fator de forma desejado, desde que os diâmetros sejam tomados de uma série relativa.

$$f_x = \frac{0,2 \sum d_{0,i}^2}{d_x}$$

onde:

d_x = diâmetro de referência

$d_{0,i}$ = diâmetros tomados a alturas relativas.

Tomando-se o diâmetro quadrático médio como diâmetro referencial, obtém-se o fator de forma unitário,

$$f = \frac{d_q^2}{d_q^2} = 1$$

De forma análoga, a determinação do diâmetro de referência em que o fator de forma é igual à unidade, é dada por:

$$d_q^2 = \frac{0,2 \sum d_{0,i}^2}{1} = \left(\frac{d_{0,1}^2 + d_{0,3}^2 + \dots + d_{0,9}^2}{5} \right)$$

A forma da árvore neste caso, é equiparada a um cilindro cujo diâmetro é coincidente com o diâmetro quadrático médio da mesma. Genericamente o volume é dado por:

$$V = \frac{\pi}{4} \cdot d_x^2 \cdot h \cdot f_x$$

Usando-se o fator de forma unitário, há a simplificação para:

$$V = \frac{\pi}{4} \cdot dq^2 \cdot h$$

Este processo apresenta a vantagem de ser simples e de fácil manuseio como também há a eliminação de uma fonte de erro inerente à estimativa volumétrica, ou seja, o fator de forma.

KO¹⁷, procurou relacionar o diâmetro quadrático médio com os vários diâmetros da série relativa testando para isso os seguintes modelos:

$$dq^2 = b_0 + b_1 \cdot d_{0,i}^2$$

$$dq^2 = b_0 + b_1 \cdot d_{0,i} + b_2 \cdot d_{0,i}^2$$

$$dq = b_0 + b_1 \cdot d_{0,i}$$

A melhor correlação verificada, foi entre dq^2 e $d_{0,3}$.

PÉLLICO NETTO²⁸, sugeriu em 1979, a utilização do dq^2 em função do $d_{1,3}$, por ser este último uma variável de fácil medição. Em testes realizados com dados provenientes de povoamentos nativos de *Araucária angustifolia*, o melhor ajuste encontrado foi fornecido pelo modelo: $dq^2 = 0,2341 - 0,4619 d_{1,3} + 0,6563 d_{1,3}^2$ com coeficiente de determinação (R^2) e erro padrão residual (S_{yx}) respectivamente de 0,99 e 0,298.

2.3 ANÁLISE DE RESÍDUOS ATRAVÉS DO TESTE DE PROBABILIDADE CUMULATIVA

Quando a seqüência de tempo de uma série residual é conhecida, nota-se algumas vezes, que grupos de resíduos positivos ou negativos ocorrem podendo constituir um modelo raro.

Segundo DRAPER & SMITH⁶, analisando-se o arranjo de sinais de uma distribuição residual, pode-se comprovar, através do teste de probabilidade cumulativa, se tal arranjo ocorre de forma aleatória ou não, se existe tendenciosidade ou não nesta distribuição.

Por meio desse teste, a tendenciosidade ou não de uma distribuição residual é determinada levando-se em consideração o número de sinais positivos (n_1), o número de sinais negativos (n_2), bem como o número de trocas (μ) ou mudanças de sinais (de positivo para negativo e vice-versa) dos resíduos apresentados pela distribuição em estudo.

Para qualquer seqüência de sinais de uma distribuição residual, pode-se encontrar a probabilidade que o valor observado μ (ou um valor menor) ocorrerá. Com base em tal nível de probabilidade pode-se verificar se está ocorrendo um arranjo aleatório ou não de sinais de resíduos. Portanto, se a probabilidade cumulativa (tabelada) de ocorrência dessas mudanças for menor ou igual a um valor de probabilidade pré-estabelecida, deve-se rejeitar a idéia de uma distribuição aleatória.

3 MATERIAL E MÉTODOS

3.1 LOCALIZAÇÃO DOS POVOAMENTOS

Para este trabalho de pesquisa foram utilizados dados coletados em povoados pertencentes às Indústrias Klabin do Paraná de Celulose S.A., sediada no município de Telêmaco Borba, na região central do Paraná.

Telêmaco Borba situa-se a $50^{\circ}37'$ de longitude oeste e $24^{\circ}20'$ de latitude sul, numa altitude média de 850 metros.

Na Figura 1 tem-se a localização da região onde foi realizada a coleta de dados.

3.2 CONDIÇÕES CLIMÁTICAS DA REGIÃO

Segundo a classificação climática de Köppen, de acordo com MAACK²⁰, a região apresenta um clima do tipo Cfb ou seja, um clima mesotérmico, subtropical úmido caracterizado por verões frescos. A precipitação média anual é de 1.399,5mm, sendo bem distribuída por todo o ano com exceção nos meses de julho e agosto, que são pouco mais secos. A temperatura média é de 19°C e a umidade relativa do ar em torno de 76,5% como média anual. Ocorrem diversas geadas durante o ano nesta região.

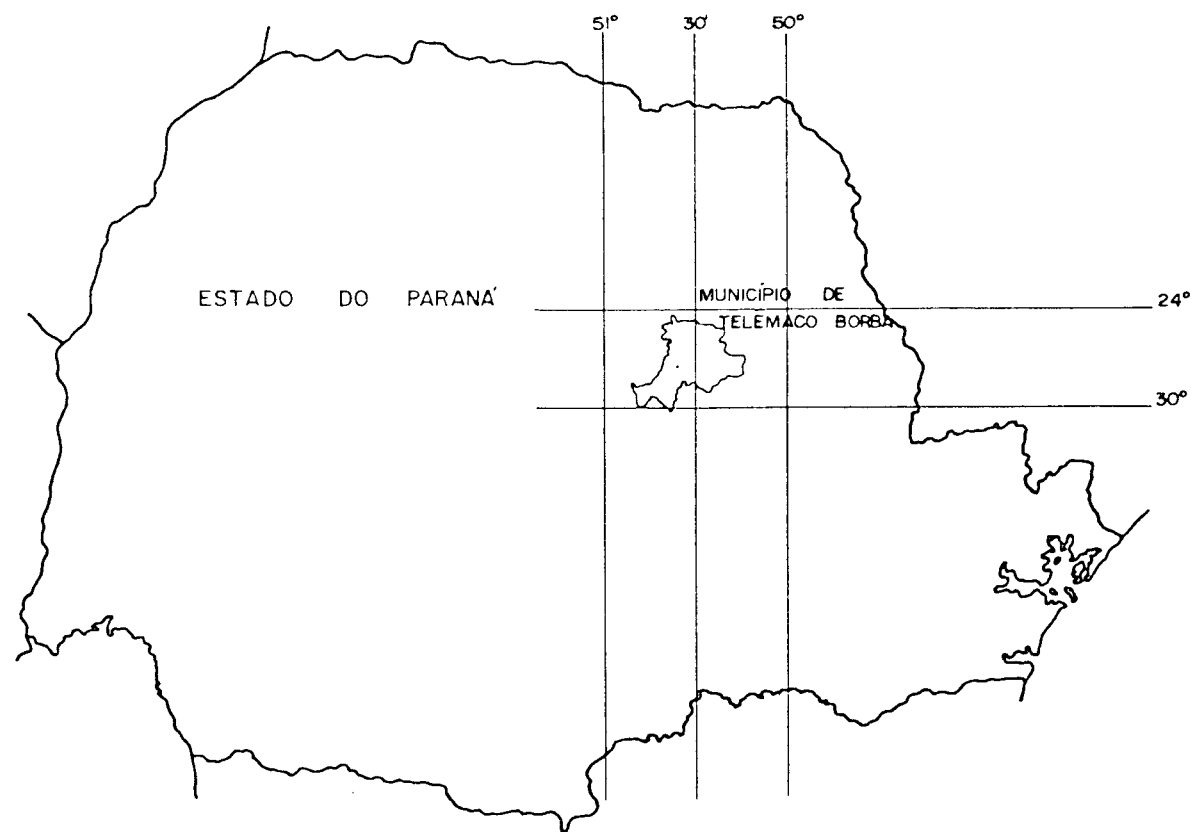


FIGURA 1 - Local de Coleta de Dados.

3.3 CARACTERÍSTICAS GERAIS DOS POVOAMENTOS

Os dados foram coletados em talhões de *Eucalyptus grandis* Hill ex - Maiden de 5 e 6 anos de idade, com um espaçamento inicial de 2,5 x 1,6m, apresentando poucas falhas e um bom aspecto quanto ao estado fitossanitário. Verifica-se na área uma topografia suave ondulada e em algumas partes fortemente ondulada.

3.4 AMOSTRAGEM

Na ocasião da coleta de dados no campo, foram medidas árvores com DAP igual ou superior a 3cm e, indivíduos com características qualitativas anômalas como bifurcação, nodosidade excessiva ou qualquer condição que evitasse a determinação da altura total, foram evitados de serem amostrados. Procurando manter o caráter de independência na escolha da árvore a ser amostrada (variável dependente) bem como proporcionar a cada árvore a mesma probabilidade de ser escolhida, utilizou-se o método de amostragem inteiramente aleatório. Assim, as variáveis independentes (diâmetro e altura) foram amostradas segundo o processo sistemático dentro das classes diamétricas às quais pertenciam, conforme recomenda KOZAK¹⁸.

3.5 NÚMERO DE ÁRVORES POR CLASSE DE DIÂMETRO

A partir do DAP mínimo estabelecido, foram constituídas as classes de diâmetro com 3cm de intervalo, cobrindo assim

toda a amplitude de variação diamétrica observada nos povoamentos.

Tendo em vista que são vagas as considerações a respeito dessa estimativa, o número de árvores foi definido, em função da variabilidade volumétrica verificada dentro de cada classe diamétrica. Portanto, por ocasião de reconhecimento da área, realizou-se uma amostragem preliminar, coletando-se 8 árvores por classe diamétrica com o objetivo de se obter uma idéia da estimativa da variância do volume, dentro das classes existentes.

Para o cálculo definitivo do número de árvores por classe, foi estipulado um limite de erro de 10% a um nível de probabilidade de 0,95 sendo utilizado para tal, a fórmula da amostragem aleatória:

$$n = \frac{t^2 \cdot S^2}{\epsilon^2}$$

onde:

n = estimativa do número de árvores (amostras) por classe diamétrica

S^2 = estimativa da variância dos dados preliminares (volume)

t = valor de t a 0,95 de probabilidade e $(n-1)$ graus de liberdade

ϵ = erro ($L.E\% \cdot \bar{x}$)

$L.E\%$ = limite de erro em percentagem

\bar{x} = volume médio por classe de diâmetro.

O Quadro 1 mostra a distribuição das árvores amostradas por classe de diâmetro e altura.

QUADRO 1 Distribuição das árvores de *Eucalyptus grandis*
Hill ex-Maiden em classes de diâmetros e altura.

DAP c/c (cm)	A L T U R A (m)										SOMA
	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	
3,0 - 5,9	5	6	-	-	-	-	-	-	-	-	11
6,0 - 8,9	-	4	7	3	-	-	-	-	-	-	14
9,0 - 11,9	-	-	-	5	6	2	2	-	-	-	15
12,0 - 17,9	-	-	-	-	1	-	7	5	-	-	13
15,0 - 17,9	-	-	-	-	-	-	1	6	7	-	14
18,0 - 20,9	-	-	-	-	-	-	-	1	8	1	10
21,0 - 23,9	-	-	-	-	-	-	-	1	3	4	8
24,0 - 26,9	-	-	-	-	-	-	-	-	6	4	10
SOMA	8	10	7	8	7	2	10	13	24	9	95

3.6 MEDIÇÃO DAS VARIÁVEIS

Após o abate da árvore a 0,10 do solo, foi medida a sua altura total para em seguida obter-se os diâmetros através da medição de circunferências, ao longo do fuste. Como existia na presente pesquisa a proposição para se trabalhar com diâmetros relativos, foram tomadas as circunferências aos níveis de 0,05; 0,15; 0,25 ...; 0,85; 0,95 da altura total de cada árvore amostrada, além da sua respectiva circunferência à altura do peito.

Para a obtenção desses diâmetros sem casca, foram efetuadas medições de espessura de casca em dois pontos diametralmente opostos, nos mesmos níveis citados anteriormente.

A Figura 2, apresenta o esquema utilizado para tomada de medições ao longo do fuste.

3.7 DETERMINAÇÃO DO VOLUME PADRÃO OU REAL

Para a obtenção do volume, HOHENADL*, citado por PRODAN²⁹, propôs para fins práticos e científicos a divisão do fuste em cinco partes de igual comprimento relativo.

Segundo PRODAN²⁹, quanto menor for o comprimento de cada segmento de tronco, tanto mais exato será o volume do fuste a ser obtido. Portanto, para tal operação optou-se pela divisão do fuste em dez partes ou segmentos de igual comprimento relativo e o volume foi calculado de forma análoga

* HOHENADL, W. Der aufbau baumschafte. Fw. Cbl. 1924.

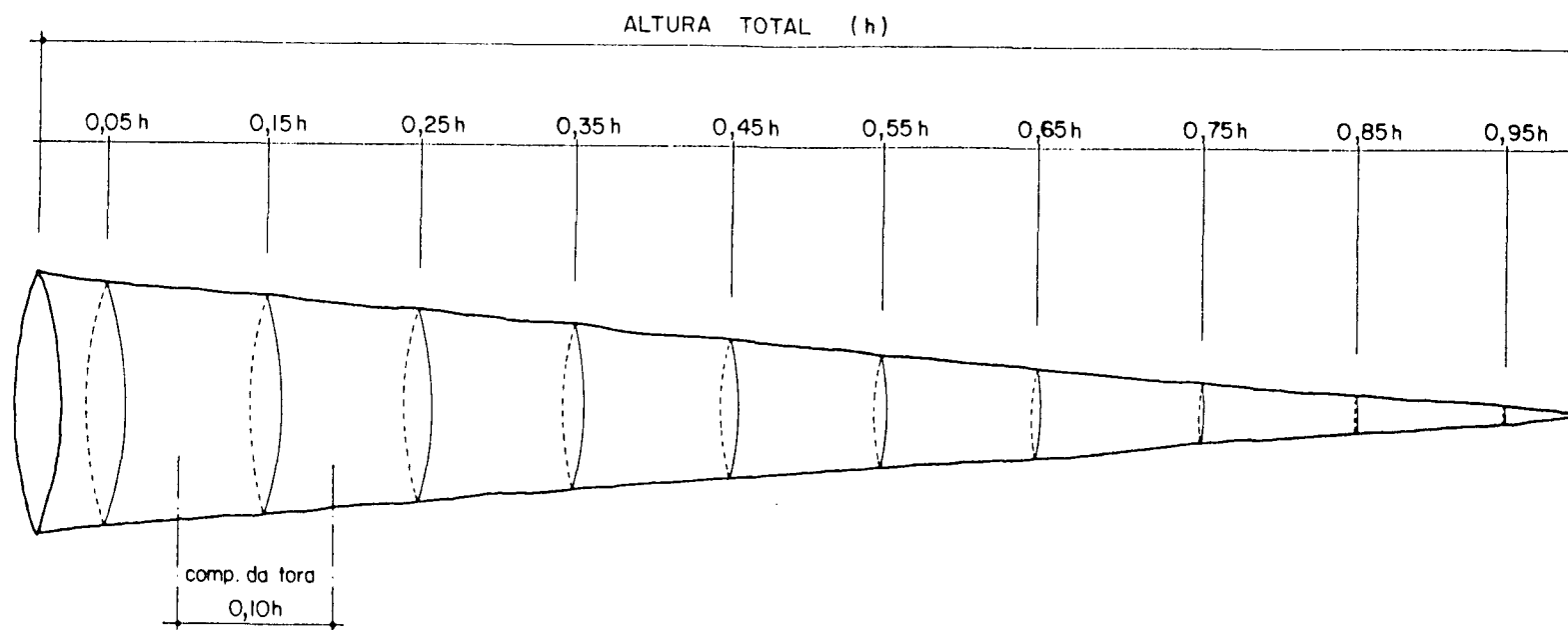


FIGURA 2 - Esquema utilizado para medição dos diâmetros ao longo do fuste.

à proposta por Hohenadl conforme demonstração a seguir:

$$V_0 = \frac{\pi}{4} \cdot d_{0,05}^2 \cdot h \cdot f_{0,05}$$

onde:

V_0 = volume padrão da árvore

$d_{0,05}$ = diâmetro a 1/20 da altura total (h)

h = altura total

$f_{0,05}$ = fator de forma natural a 1/20 da altura total (h).

$$\therefore f_{0,05} = 0,1 \left\{ \left(\frac{d_{0,05}^2}{d_{0,05}} \right) + \left(\frac{d_{0,15}^2}{d_{0,05}} \right) + \left(\frac{d_{0,25}^2}{d_{0,05}} \right) + \dots + \left(\frac{d_{0,85}^2}{d_{0,05}} \right) + \left(\frac{d_{0,95}^2}{d_{0,05}} \right) \right\}$$

Este fator de forma pode ser expresso também por:

$$f_{0,05} = \frac{1}{d_{0,05}^2} \left(\frac{d_{0,05}^2 + d_{0,15}^2 + d_{0,25}^2 + \dots + d_{0,85}^2 + d_{0,95}^2}{10} \right)$$

que substituído na expressão acima resulta:

$$V_0 = \frac{\pi}{4} \cdot h \cdot \left(\frac{d_{0,05}^2 + d_{0,15}^2 + d_{0,25}^2 + \dots + d_{0,85}^2 + d_{0,95}^2}{10} \right)$$

$$\text{como } \left(\frac{d_{0,05}^2 + d_{0,15}^2 + d_{0,25}^2 + \dots + d_{0,85}^2 + d_{0,95}^2}{10} \right) = dq_0^2$$

onde dq_0^2 = diâmetro quadrático médio observado, então o volume padrão individual foi obtido de:

$$V_0 = \frac{\pi}{4} \cdot dq_0^2 \cdot h$$

3.8 MODELOS UTILIZADOS NA ESTIMATIVA DIRETA DE VOLUMES INDIVIDUAIS

A partir dos volumes reais com e sem casca, foram testados seis modelos que estimassem diretamente o volume total.

Entre o grande número de modelos citados na literatura, escolheu-se três lineares e três exponenciais em que as variáveis independentes presentes fossem derivadas de variáveis básicas, como o diâmetro a altura do peito com casca (DAPc/c) e a altura total (h).

A solução dos modelos exponenciais foi conseguida, com a linearização destes, recorrendo-se ao uso de logaritmo.

Os modelos volumétricos testados são apresentados no Quadro 2.

QUADRO 2 Modelos de equações de regressão testadas para fornecer estimativas volumétricas diretas.

EQUAÇÃO	Autores
1 $V = b_0 + b_1d + b_2d^2 + b_3dh + b_4d^2h$	Meyer
2 $V = b_0 + b_1d^2 + b_2d^2h + b_3h$	Stoate
3 $V = b_0 + b_1d^2h$	Spurr
4 $V = b_0 \cdot d^{b_1} \cdot h^{b_2}$	Schumacher & Hall
5 $V = b_0(d^2 \cdot h)^{b_1}$	Exp. de Spurr
6 $V = b_0d^{b_1}$	Husch

onde d = DAP

h = altura total

V = variável dependente, volume total, com e sem casca.

3.8.1 SELEÇÃO DO MELHOR MODELO

Após a computação dos dados realizou-se a eleição da melhor equação de regressão para estimar o volume total, dentre os seis modelos propostos.

A seleção dos modelos aritméticos e logarítmicos foi feita separadamente. Numa primeira etapa selecionou-se, entre os modelos testados, o melhor aritmético e o melhor logarítmico e, numa segunda fase selecionou-se o melhor entre estes para estimar diretamente o volume com e sem casca, respectivamente.

Para a seleção do melhor modelo volumétrico foram adotados os seguintes critérios:

- a) coeficiente de determinação;
- b) erro padrão residual;
- c) distribuição gráfica dos resíduos em percentagem;
- d) análise de resíduos através da probabilidade acumulada;
- e) somatória quadrática residual.

Os erros padrões residuais resultantes de equações aritméticas e logarítmicas não são diretamente comparáveis. Um meio para tal comparação é expressar o erro padrão residual em percentagem. No caso de equações aritméticas utilizou-se da seguinte fórmula:

$$Syx\% = \frac{Syx}{\bar{Y}} \cdot 100$$

onde \bar{Y} = média aritmética da variável dependente (volume).

Para as equações logarítmicas a transformação do erro

padrão residual em percentagem foi calculada segundo a expressão recomendada por MEYER²³ como segue:

$$Syx\% = 230,26 \cdot Syx$$

onde:

$Syx\%$ = erro padrão residual em percentagem e ainda transformado em termos aritméticos

Syx = erro padrão residual em termos logarítmicos.

3.9 CORREÇÃO PARA DISCREPÂNCIA LOGARÍTMICA

MEYER²⁴, verificou que a aplicação de equações logarítmicas causa um erro sistemático na estimativa de volume. Este erro é definido como "discrepância logarítmica" e ocorre quando se obtém o antilogaritmo da variável dependente estimada pela regressão. O antilogaritmo dos valores médios logaritmizados é a média geométrica dos volumes, o que é diferente da média aritmética. Portanto, o autor recomendou o uso do seguinte fator de correção para corrigir este erro:

$$F = 10^{1/2 (Syx^2 \cdot \ln 10)}$$

$$F = 10^{1,1513 \cdot Syx^2}$$

Este fator é independente do volume e conseqüentemente é o mesmo para árvores de diferentes diâmetros e alturas. Para se obterem volumes corrigidos, é necessário apenas multiplicar o valor calculado pelo fator de correção.

Assim, os volumes estimados através do uso das equa-

ções logarítmicas selecionadas, serão corrigidos pelo fator (F) da discrepância logarítmica.

3.10 ESTIMATIVAS VOLUMÉTRICAS INDIRETAS ATRAVÉS DO DIÂMETRO QUADRÁTICO MÉDIO

3.10.1 EQUAÇÕES DE REGRESSÃO PARA ESTIMAR O DIÂMETRO QUADRÁTICO MÉDIO

Os modelos utilizados foram pré-selecionados de estudos já citados na revisão bibliográfica. Dos modelos pesquisados, foram testados somente aqueles que estimassem o diâmetro quadrático médio, com e sem casca, em função da variável diâmetro a altura do peito com casca (DAPc/c).

Os modelos testados estão relacionados no Quadro 3.

QUADRO 3 Modelos testados para estimar o diâmetro quadrático médio.

E Q U A Ç Ã O	
1	$dq = b_0 + b_1 d$
2	$dq^2 = b_0 + b_1 d^2$
3	$dq^2 = b_0 + b_1 d + b_2 d^2$

Para estas funções também foram estimados os respectivos coeficientes de determinação e erros padrões residuais

em percentagem bem como, realizou-se a análise de resíduos através da probabilidade cumulativa.

3.10.2 A OBTENÇÃO DAS ESTIMATIVAS VOLUMÉTRICAS

As estimativas volumétricas individuais com e sem casca, foram obtidas com o uso da seguinte expressão:

$$V = \frac{\pi}{4} \cdot d_q^2 \cdot h \quad \begin{array}{l} V = \text{volume estimado} \\ h = \text{altura total} \end{array}$$

onde d_q^2 é o diâmetro quadrático médio com e sem casca, estimado em função do DAPc/c, pelos modelos anteriormente citados que substituídos na expressão acima, resultaram:

$$V = \frac{\pi}{4} \cdot (b_0 + b_1 d)^2 \cdot h$$

$$V = \frac{\pi}{4} \cdot (b_0 + b_1 d^2) \cdot h$$

$$V = \frac{\pi}{4} \cdot (b_0 + b_1 d + b_2 d^2) \cdot h$$

3.11 AVALIAÇÃO DAS ESTIMATIVAS VOLUMÉTRICAS DIRETAS E INDIRETAS

De posse das estimativas volumétricas individuais, obtidas indiretamente pela utilização das três funções ajustadas para estimar o diâmetro quadrático médio, realizou-se um estudo comparativo destas estimativas, em relação às fornecidas diretamente pelo melhor modelo volumétrico selecio-

nado.

O comportamento dessas estimativas neste estudo, foi observado sob os seguintes recursos estatísticos.

3.11.1 ANÁLISE DE VARIÂNCIA

Para as quatro séries de estimativas resultantes, realizou-se análise de variância com o intuito de se verificar a existência ou não de diferenças significativas entre essas, a um nível de 0,95 de probabilidade. Assim, considerou-se um delineamento em blocos casualizados, onde cada série de estimativas foi considerada como um tratamento e, as classes diamétricas com as respectivas estimativas médias, como blocos.

Desta forma, foram estabelecidos então quatro tratamentos e oito blocos (classes diamétricas com 3cm de amplitude). Anteriormente à análise de variância fez-se um estudo quanto a homogeneidade de variâncias das estimativas através do teste χ^2 de Bartlett, utilizando-se da seguinte fórmula, sugerida por STEEL & TORRIE³⁵.

$$\chi^2 = 2,3026\{(\Sigma(n_i - 1)) \log \bar{S}^2 - \Sigma(n_i - 1) \log S_i^2\}$$

onde:

S_i^2 = variância do tratamento i

n_i = número de blocos no tratamento i

\bar{S}^2 = média ponderada das variâncias.

3.11.2 ANÁLISE DOS RESÍDUOS VOLUMÉTRICOS

3.11.2.1 Distribuição Gráfica dos Resíduos em Percentagem

Com o objetivo de detectar possível tendenciosidade nas estimativas, inicialmente observou-se a distribuição gráfica dos resíduos em percentagem, dentro dos limites dos dados. Nesta operação os resíduos volumétricos em percentagem foram plotados em relação ao DAP, o que permite uma melhor visualização das estimativas resultantes ao longo das classes diamétricas. O resíduo individual em percentagem foi calculado conforme a expressão recomendada por HUSCH¹⁵.

$$\text{RES\%} = \{(V_o - V_e) / V_e\} \cdot 100$$

onde:

V_o = volume real ou observado

V_e = volume estimado.

3.11.2.2 Teste da Probabilidade Cumulativa

Para ratificar a análise visual realizada anteriormente, aplicou-se o teste de probabilidade cumulativa, que nada mais é que uma comprovação analítica da distribuição gráfica residual. Na determinação da probabilidade cumulativa para cada série residual, foram definidos os elementos n_1 , n_2 e μ segundo a metodologia apresentada por DRAPER & SMITH⁶.

Conhecidos os valores de n_1 , n_2 e μ , determinou-se a probabilidade cumulativa através da tabela desenvolvida

por SWED & EISENHART* (DRAPER & SMITH⁶) e usada para valores de $n_1 \leq 10$ e $n_1 \leq n_2 \leq 10$.

Rejeita-se a hipótese de que a distribuição das mudanças de sinais dos resíduos observados tenha ocorrido devido ao acaso, isto é, sem tendência, se o valor tabelado da probabilidade cumulativa, for menor ou igual do que um valor de $\alpha = 0,05$, pré-estabelecido.

3.11.2.3 Somatória Quadrática Residual

Como medida adicional para se analisar o comportamento das estimativas volumétricas, foi computada a somatória quadrática residual para os diferentes métodos utilizados. A comparação dos valores destas somatórias, recurso este também usado por BARROS², fornece uma idéia sobre que método estima os volumes individuais de modo mais aproximativo aos volumes padrões.

3.11.3 PRECISÃO DAS ESTIMATIVAS

Para a avaliação do erro médio obtido pelos métodos direto e indireto de estimativa volumétrica, foram utilizados os seguintes estimadores de precisão.

SWED, F.S. & EISENHART, C. "Tables for testing randomness of grouping in a sequence of alternatives " Ann. Math. Statist. 14, 66-87, 1943.

3.11.3.1 Percentagem Média dos Desvios

SPURR³⁴, salienta que esta percentagem indica principalmente a variabilidade inerente aos dados, porém quando mais de um método de estimativa é usado em uma mesma série de dados, ela se constitui em um sensível teste da precisão relativa dos métodos utilizados.

Na determinação da percentagem média dos desvios das estimativas volumétricas provenientes de ambos os métodos, utilizou-se da expressão citada por HUSCH¹⁵.

$$P.M.D = \Sigma \{ (|V_o - V_e| \cdot 100) / V_e \} / N$$

onde:

V_o = volume individual real ou padrão

V_e = volume individual estimado

N = número de observações (árvores)

3.11.3.2 Erro Padrão Residual em Percentagem

Adotou-se esta medida de precisão em percentagem com o intuito de permitir uma melhor visualização dos erros obtidos nas estimativas, no momento da comparação destes.

No caso em que o volume é estimado indiretamente, o erro padrão residual em percentagem, em termos volumétricos, é igual ao erro padrão residual em percentagem fornecido pela função utilizada para estimar o diâmetro quadrático médio. Tal afirmativa se alicerça na própria expressão usada para determinação do volume padrão (real), onde a única fonte de erro introduzida, quando o volume é estimado indiretamente,

é o erro cometido em se estimar o diâmetro quadrático médio. Este fato é melhor elucidado na demonstração a seguir:

$$V_o = \frac{\pi}{4} \cdot d_{qo}^2 \cdot h \quad \text{expressão usada para determinação do volume real individual.}$$

onde: d_{qo}^2 = diâmetro quadrático médio observado por ocasião da cubagem das árvores

No caso de estimativa indireta, tem-se:

$$V_e = \frac{\pi}{4} \cdot d_{qe}^2 \cdot h$$

onde: d_{qe}^2 = diâmetro quadrático médio estimado em função do DAPc/c conforme os modelos apresentados em 3.10.1.

Substituindo-se na seguinte fórmula:

$$RES\% = (V_o - V_e) / V_e \cdot 100$$

$$RES\% = \frac{\left(\frac{\pi}{4} \cdot d_{qo}^2 \cdot h - \frac{\pi}{4} \cdot d_{qe}^2 \cdot h \right)}{\frac{\pi}{4} \cdot d_{qe}^2 \cdot h} \cdot 100$$

o resíduo volumétrico individual em percentagem será dado por:

$$RES\% = \frac{(d_{qo}^2 - d_{qe}^2)}{d_{qe}^2} \cdot 100$$

Assim, os erros padrões residuais em percentagem, fornecidos pelos modelos que estimam o diâmetro quadrático médio, foram comparados com o erro padrão residual em percentagem apresentado pelo melhor modelo selecionado dentre os seis testados no item 3.8, que estimam diretamente o volume.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 ESTIMATIVAS VOLUMÉTRICAS DIRETAS

Os seis modelos de equação de regressão testados estão relacionados no Quadro 2 e repetidos nos Quadros 4 e 5. Estes modelos são citados por LOETSCH et al.¹⁹, como modelos eficientes para estimativas volumétricas de diferentes espécies florestais.

Para cada equação de regressão, foram estimados o coeficiente de determinação (R^2), o erro padrão residual (S_{yx}) e este em percentagem para melhor visualização do erro. Determinou-se também a probabilidade cumulativa e a soma dos quadrados dos resíduos, para cada série de resíduos resultante do ajuste dos modelos testados.

Nos Quadros 4 e 5, são apresentadas as estimativas dos coeficientes e estatísticas relevantes dos modelos de equação testados, para a obtenção direta do volume com e sem casca, respectivamente.

4.1.1 SELEÇÃO DO MELHOR MODELO PARA ESTIMAR O VOLUME COM CASCA

Pela análise do Quadro 4, dentre as equações aritméticas, foi escolhido o modelo 1 pois, embora não seja uma

QUADRO 4 Coeficientes e estatísticas relevantes dos modelos de regressão testados, que fornecem estimativas diretas do volume total com casca.

Nº	EQUAÇÃO	COEFICIENTES	R ²	Syx	Syx%	P.C.	S.Q.RESID.
1	$V = b_0 + b_1d + b_2d^2 + b_3dh + b_4d^2h$	$b_0 = 0,024808713$ $b_1 = -8,59077E-03$ $b_2 = 3,34379E-04$ $b_3 = 3,546 E-04$ $b_4 = 1,7977 E-05$	0,9915	0,01715	8,49	0,929	0,026461
2	$V = b_0 + b_1d^2 + b_2d^2h + b_3h$	$b_0 = -0,014160424$ $b_1 = -1,60654E-05$ $b_2 = 3,24356E-05$ $b_3 = 1,54160E-03$	0,9914	0,01723	8,53	0,629	0,027012
3	$V = b_0 + b_1d^2h$	$b_0 = 7,75429E-03$ $b_1 = 3,32031E-05$	0,9907	0,01768	8,75	0,143	0,029078
4	$\log V = \log b_0 + b_1 \log d + b_2 \log h$	$\log b_0 = -4,223956804$ $b_1 = 1,866310201$ $b_2 = 0,949617549$	0,9969	0,03087	7,11	0,971	0,027401
5	$\log V = \log b_0 + b_1 \log (d^2h)$	$\log b_0 = -4,2168367$ $b_1 = 0,937128424$	0,9969	0,03071	7,07	0,971	0,027361
6	$\log V = \log b_0 + b_1 \log d$	$\log b_0 = -3,668697301$ $b_1 = 2,457981063$	0,9917	0,04986	11,48	0,143	0,088446

QUADRO 5 Coeficientes e estatísticas relevantes dos modelos de regressão testados, que fornecem estimativas diretas do volume total sem casca.

Nº	EQUAÇÃO	COEFICIENTES	R ²	Syx	Syx%	P.C.	S.Q.RESID.
1	$V = b_0 + b_1d + b_2d^2 + b_3dh + b_4d^2h$	$b_0 = 0,01723356$ $b_1 = -5,32302E-03$ $b_2 = 1,27938E-04$ $b_3 = 2,27073E-04$ $b_4 = 2,12201E-05$	0,9891	0,01643	9,72	0,929	0,024299
2	$V = b_0 + b_1d + b_2d h + b_3h$	$b_0 = -8,24965E-03$ $b_1 = -8,90039E-05$ $b_2 = 3,03129E-05$ $b_3 = 1,09888E-03$	0,9890	0,01639	9,7	0,629	0,024442
3	$V = b_0 + b_1d^2 \cdot h$	$b_0 = 4,86221E-03$ $b_1 = 2,80051E-05$	0,9886	0,01657	9,8	0,143	0,025535
4	$\log V = \log b_0 + b_1 \log d + b_2 \log h$	$\log b_0 = -4,407558035$ $b_1 = 1,817697732$ $b_2 = 1,0703662$	0,9959	0,03572	8,22	0,714	0,026304
5	$\log V = \log b_0 + b_1 \log (d^2h)$	$\log b_0 = -4,337700844$ $b_1 = 0,947832169$	0,9958	0,03589	8,26	0,971	0,025287
6	$\log V = \log b_0 + b_1 \log d$	$\log b_0 = -3,78169449$ $b_1 = 2,484602522$	0,9895	0,05676	13,07	0,143	0,068864

equação prática, foi a que apresentou maior coeficiente de determinação e menor erro padrão residual (Syx). Além disso, mostrou uma menor soma de quadrados dos resíduos como também uma distribuição dos valores residuais mais uniforme, o que pode ser constatado pelo alto valor de probabilidade cumulativa que este modelo apresentou.

Com relação as equações logarítmicas os modelos 4 e 5 apresentaram boa precisão. Estes mostraram similares valores de coeficiente de determinação e probabilidade cumulativa, porém o modelo 5 leva pequena vantagem por apresentar um menor erro padrão de estimativa assim como, uma menor soma de quadrados dos desvios além de ser uma equação mais prática. Escolheu-se então o modelo logarítmico 5.

Para a comparação entre o modelo aritmético e o modelo logarítmico de diferentes naturezas, utilizou-se do índice citado por MEYER²³. Este índice permite a transformação, em termos aritméticos e ainda em percentagem, do erro padrão residual resultante da equação logarítmica, possibilitando então a comparação direta deste, com o erro padrão residual da equação aritmética.

Assim, após tal transformação, foi escolhido o modelo 5 (exponencial de Spurr),

$$\log Vc/c = \log b_0 + b_1 \log (d^2 h)$$

como o mais eficiente para fornecer estimativas volumétricas diretas com casca uma vez que, este apresentou maior coeficiente de determinação, menor erro padrão residual ($Syx\%$) e um maior valor de probabilidade cumulativa.

A distribuição dos pontos e a curva resultante do

ajuste do modelo selecionado, pode ser observado na Figura 3.

4.1.2 SELEÇÃO DO MELHOR MODELO PARA ESTIMAR O VOLUME SEM CASCA

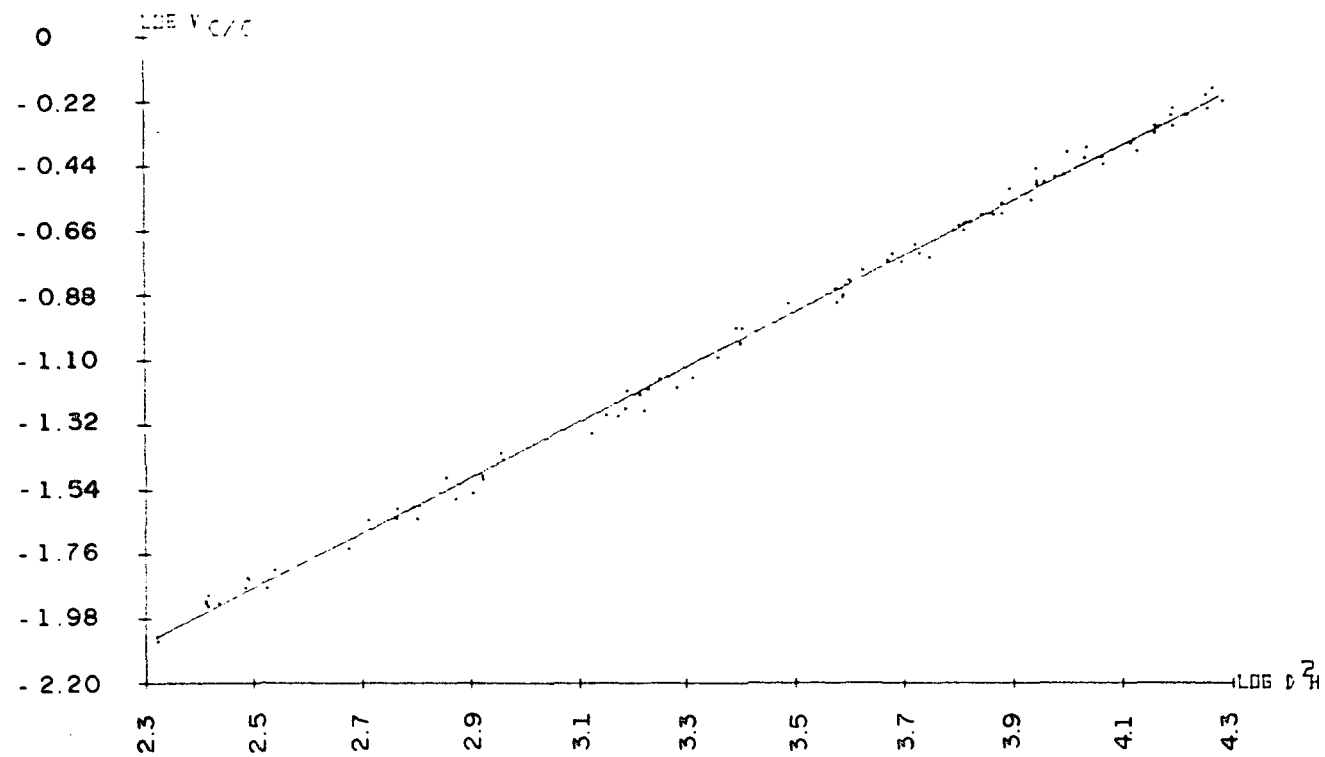
Observando - se o Quadro 5 , com relação às equações aritméticas, os modelos 1 e 2 apresentaram resultados semelhantes do ponto de vista do erro padrão residual e coeficiente de determinação. No entanto, escolheu-se o modelo 1, por este apresentar uma distribuição residual mais uniforme, conforme mostra o valor da probabilidade cumulativa é menor soma de quadrados de resíduos, que o modelo 2.

Dos modelos logarítmicos testados, para estimar diretamente o volume sem casca, os modelos 4 e 5 mostraram boa precisão, a exemplo do que ocorreu para os modelos testados para o volume com casca. Qualquer um deles poderia ser utilizado pois, verifica-se entre eles, diferenças mínimas do ponto de vista do erro padrão residual e coeficiente de determinação. Entretanto, dentre os modelos logarítmicos a escolha recaiu para o modelo 5, devido este apresentar uma distribuição dos valores residuais mais uniforme e um menor valor de soma de quadrados dos desvios, além de ser um modelo mais prático.

Na comparação entre o modelo aritmético e o modelo logarítmico, após o uso do artifício desenvolvido por MEYER²³, o modelo 5 (exponencial de Spurr),

$$\log V_{s/c} = \log b_0 + b_1 \log (d^2 \cdot h)$$

mostrou-se, novamente, ser o mais eficiente para fornecer



QUADRO 3 - Distribuição dos pontos e curva resultante do ajuste da equação selecionada para obtenção de estimativas diretas do volume com casca.

estimativas volumétricas diretas sem casca. Esta condição é justificada pela comparação dos valores do coeficiente de determinação, erro padrão residual ($Sy\%$) e probabilidade cumulativa, apresentados por tal modelo, em relação ao modelo aritmético escolhido.

A distribuição dos pontos e a curva resultante do ajuste desse modelo selecionado pode ser observado na Figura 4.

4.2 ESTIMATIVAS VOLUMÉTRICAS INDIRETAS ATRAVÉS DO DIÂMETRO QUADRÁTICO MÉDIO (d_q^2)

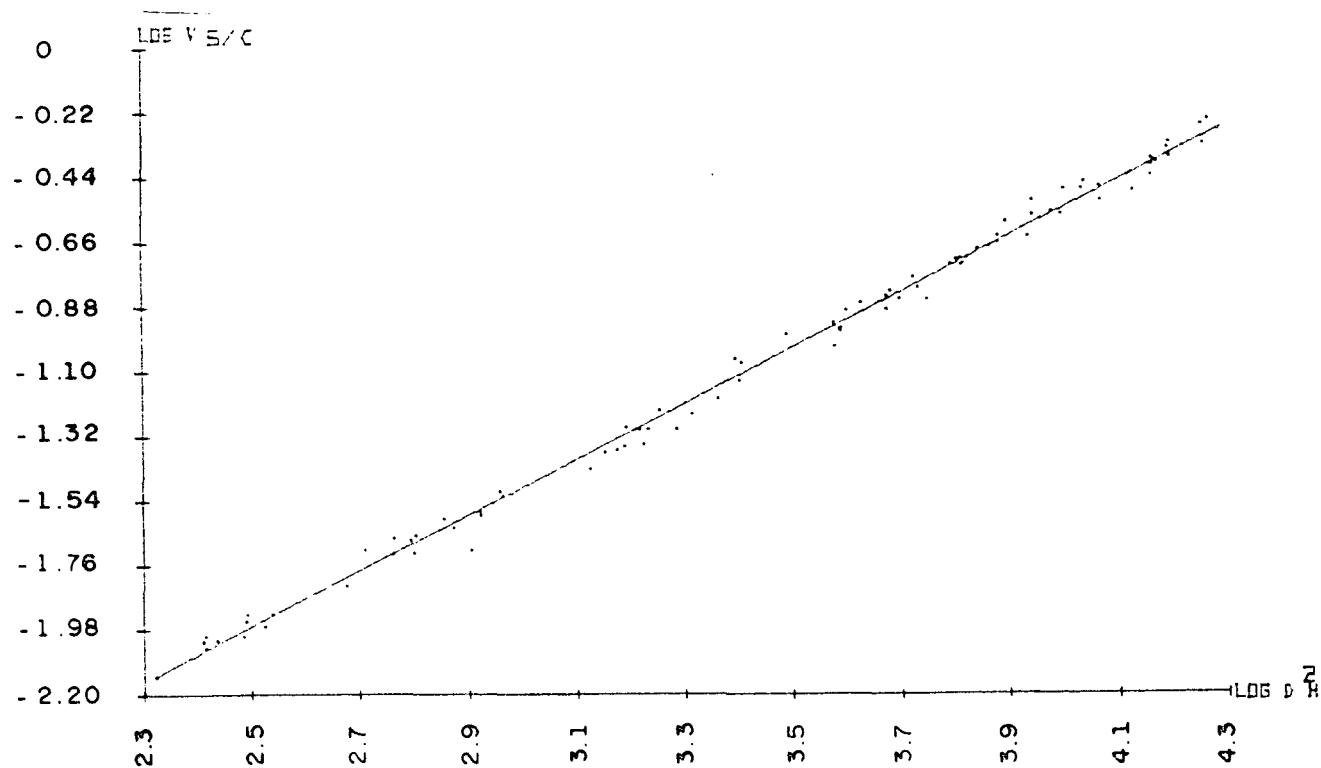
4.2.1 CORRELAÇÃO LINEAR SIMPLES

Foram consideradas para esta pesquisa, as seguintes variáveis que podem ser utilizadas para a obtenção do diâmetro quadrático médio e posterior estimativa do volume individual: DAP com casca e esta variável ao quadrado (DAP^2c/c).

Os resultados de correlação linear simples, entre tais variáveis, podem ser verificadas no Quadro 6.

QUADRO 6 Coeficientes de correlação linear simples entre as variáveis usadas nas estimativas do diâmetro quadrático médio com casca.

VARIÁVEIS	dqc/c	d_q^2c/c	$DAPc/c$	DAP^2c/c
dqc/c	1,0000	0,9837	0,9967	0,9770
d_q^2c/c		1,0000	0,9801	0,9946
$DAPc/c$			1,0000	0,9814
DAP^2c/c				1,0000



QUADRO 4 - Distribuição dos pontos e curva resultante do ajuste da equação selecionada para obtenção de estimativas diretas do volume sem casca.

Verificou-se que as variáveis que apresentavam maior correlação linear simples, com a variável dependente diâmetro quadrático médio com casca (d_{qc}^2/c), em ordem decrescente foram: DAP^2c/c e DAP . No caso em que considerou-se como variável dependente d_{qc}/c (diâmetro correspondente à base onde o fator de forma natural é igual a unidade) como era de se esperar, esta correlação inverteu-se ou seja, as variáveis que apresentaram maior correlação linear simples foram $DAPc/c$ e DAP^2c/c .

Idêntico comportamento dessas correlações foi verificado por ocasião da estimativa do diâmetro quadrático médio, sem casca, conforme mostra o Quadro 7.

QUADRO 7 Coeficientes de correlação linear simples entre as variáveis usadas nas estimativas do diâmetro quadrático médio sem casca.

VARIÁVEIS	d_{qs}/c	d_{qs}^2/c	$DAPc/c$	DAP^2c/c
d_{qs}/c	1,0000	0,9831	0,9956	0,9768
d_{qs}^2/c		1,0000	0,9772	0,9931
$DAPc/c$			1,0000	0,9814
DAP^2c/c				1,0000

4.2.2 MODELOS DE EQUAÇÃO PARA ESTIMAR O DIÂMETRO QUADRÁTICO MÉDIO (d_q^2)

Em todos os modelos utilizados para estimar o diâmetro quadrático médio, com e sem casca, o $DAPc/c$ e ou variáveis derivadas desta variável básica, estão presentes devido não só a alta correlação verificada mas como também, pela

facilidade de obtenção desta variável no campo.

Os modelos usados para estimar o diâmetro quadrático médio, são aqueles já relacionados no Quadro 3 e repetidos nos Quadros 8 e 9.

Para cada modelo foram estimados o coeficiente de determinação (R^2), o erro padrão da estimativa (Sy_x) e este em percentagem.

Como pode ser observado, o erro padrão da estimativa obtido para o modelo 1, com e sem casca, não se encontra na mesma unidade da variável dependente utilizada nos modelos 2 e 3. Portanto, para o modelo 1, estimou-se o erro padrão residual ($Sy_x\%$) transformado ou seja, em termos de dq^2 , buscando assim unidades de natureza comparativa com os demais modelos.

Com o intuito de se verificar a possível existência de tendenciosidade nas estimativas, determinou-se também a probabilidade cumulativa para cada série de resíduos, resultante do ajuste dos modelos usados.

Nos Quadros 8 e 9, são apresentadas as estimativas dos coeficientes e estatísticas relevantes dos modelos testados para estimar o diâmetro quadrático médio, com e sem casca, respectivamente.

Analisando-se os Quadros 8 e 9, todos os modelos mostram-se precisos para estimar o diâmetro quadrático médio com e sem casca.

Embora inicialmente não houvesse a intenção em selecionar um melhor modelo, para estimar o diâmetro quadrático médio e sim avaliar as estimativas volumétricas obtidas a partir destes, os modelos 1 e 3 apresentaram-se como su-

QUADRO 8 Estimativas dos coeficientes e estatísticas relevantes dos modelos utilizados para estimar o diâmetro quadrático médio com casca.

Nº	EQUAÇÃO	COEFICIENTES	R ²	Syx	Syx%	Syx% C	P.C.
1	$dq = b_0 + b_1 d$	$b_0 = 0,615234148$ $b_1 = 0,629094883$	0,9934	0,336936	3,50	7,95*	0,971
2	$dq^2 = b_0 + b_1 d^2$	$b_0 = 5,812014392$ $b_1 = 0,419049205$	0,9892	8,867671	8,08	-	0,143
3	$dq^2 = b_0 + b_1 d + b_2 d^2$	$b_0 = -3,31939515$ $b_1 = 1,417579209$ $b_2 = 0,373918638$	0,9897	8,731544	7,96	-	0,971

* Erro convertido em termos da variável dq^2 .

QUADRO 9 Estimativas dos coeficientes e estatísticas relevantes dos modelos utilizados para estimar o diâmetro quadrático médio sem casca.

Nº	EQUAÇÃO	COEFICIENTES	R ²	Syx	Syx%	Syx% C	P.C.
1	$dq = b_0 + b_1 d$	$b_0 = 0,451293755$ $b_1 = 0,580734496$	0,9912	0,361048	4,11	9,22*	0,929
2	$dq^2 = b_0 + b_1 d^2$	$b_0 = 3,72692543$ $b_1 = 0,353862524$	0,9862	8,490476	9,28	-	0,143
3	$dq^2 = b_0 + b_1 d + b_2 d^2$	$b_0 = -1,25961705$ $b_1 = 0,77412134$ $b_2 = 0,329217316$	0,9864	8,479529	9,27	-	0,929

* Erro convertido em termos da variável dq^2 .

periores, do ponto de vista do erro padrão residual ($S_{yx}\%$) e coeficiente de determinação.

Ademais, estes modelos apresentaram seus valores residuais mais uniformemente distribuídos, o que pode ser constatado pelos respectivos valores de probabilidade cumulativa se bem que nenhuma tendenciosidade foi detectada nas estimativas fornecidas pelo modelo 2.

A distribuição dos pontos, bem como as curvas resultantes dos modelos ajustados para estimar o diâmetro quadrático médio com casca, podem ser observados nas Figuras 5, 6 e 7. Já as figuras, com pontos e curvas resultantes para estimar o diâmetro quadrático médio sem casca, são mostradas nas Figuras 8, 9 e 10.

4.3 AVALIAÇÃO DAS ESTIMATIVAS VOLUMÉTRICAS DIRETAS E INDIRETAS RESULTANTES.

A substituição das equações ajustadas para fornecer o diâmetro quadrático médio na expressão formulada em 3.10.2, gerou então as três séries de estimativas indiretas respectivamente para o volume com e sem casca, as quais, foram avaliadas em relação às fornecidas diretamente pelo melhor modelo volumétrico (exp. Spurr), selecionado em 4.1.1 e 4.1.2.

4.3.1 ANÁLISE DE VARIÂNCIA

Estabelecidas as quatro séries de estimativas (tratamentos) e após agrupá-las em classes diamétricas (blocos),

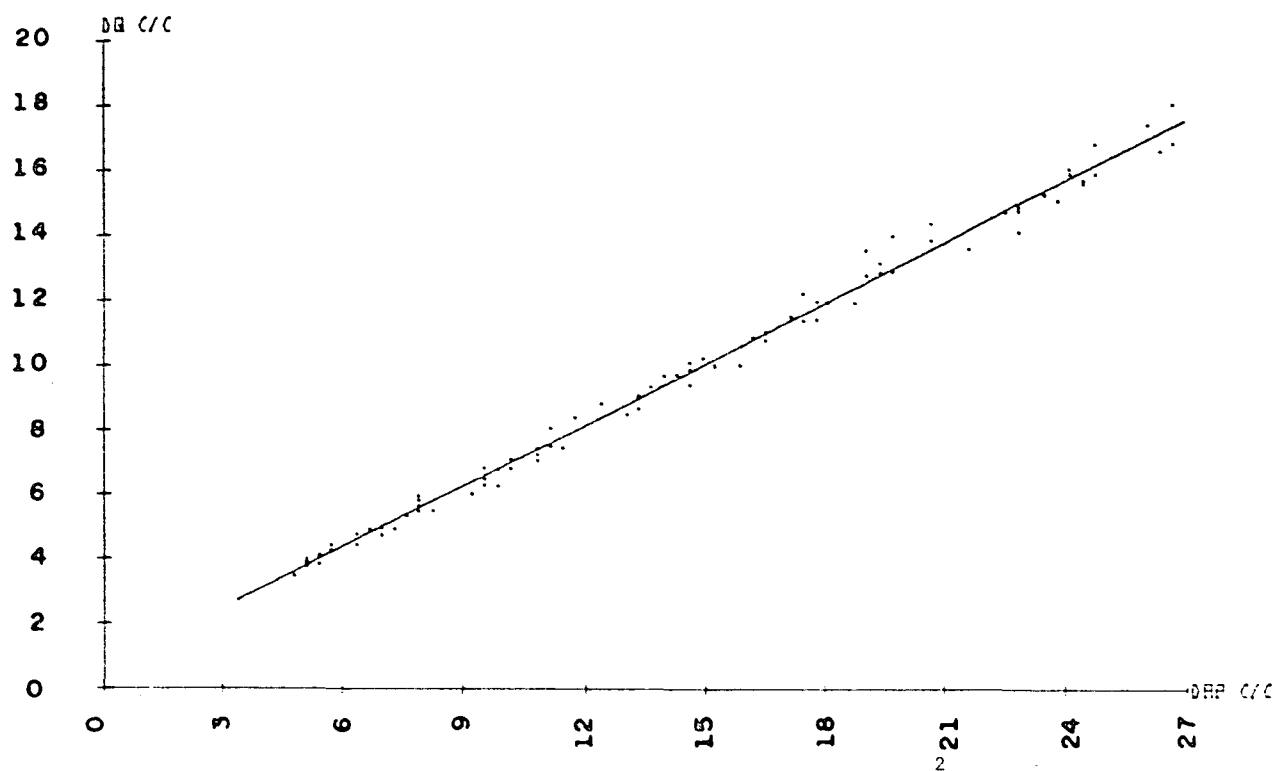


FIGURA 5 - Ajuste obtido na estimativa do dq^2/c utilizando-se o modelo linear (1) $dq = b_0 + b_1d$

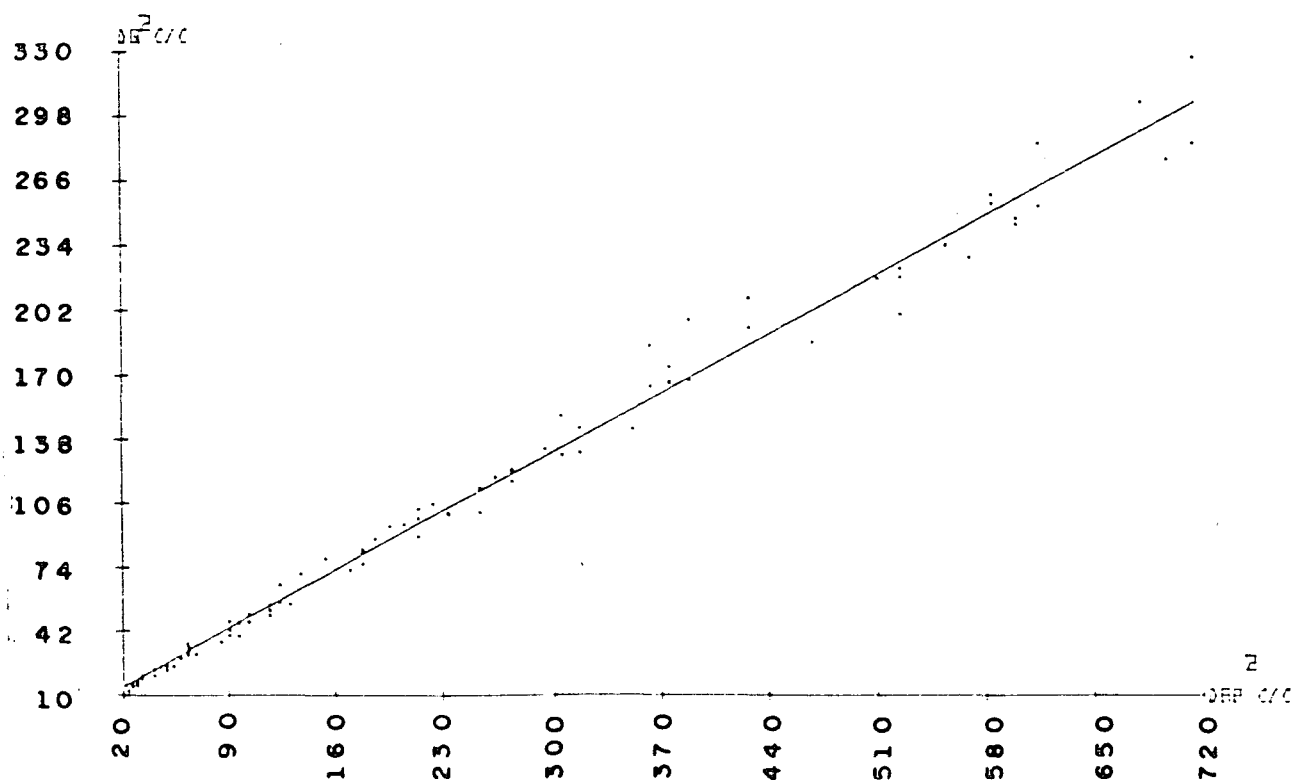


FIGURA 6 - Ajuste obtido na estimativa do dq^2/c utilizando-se o modelo linear (2) $dq^2 = b_0 + b_1d^2$

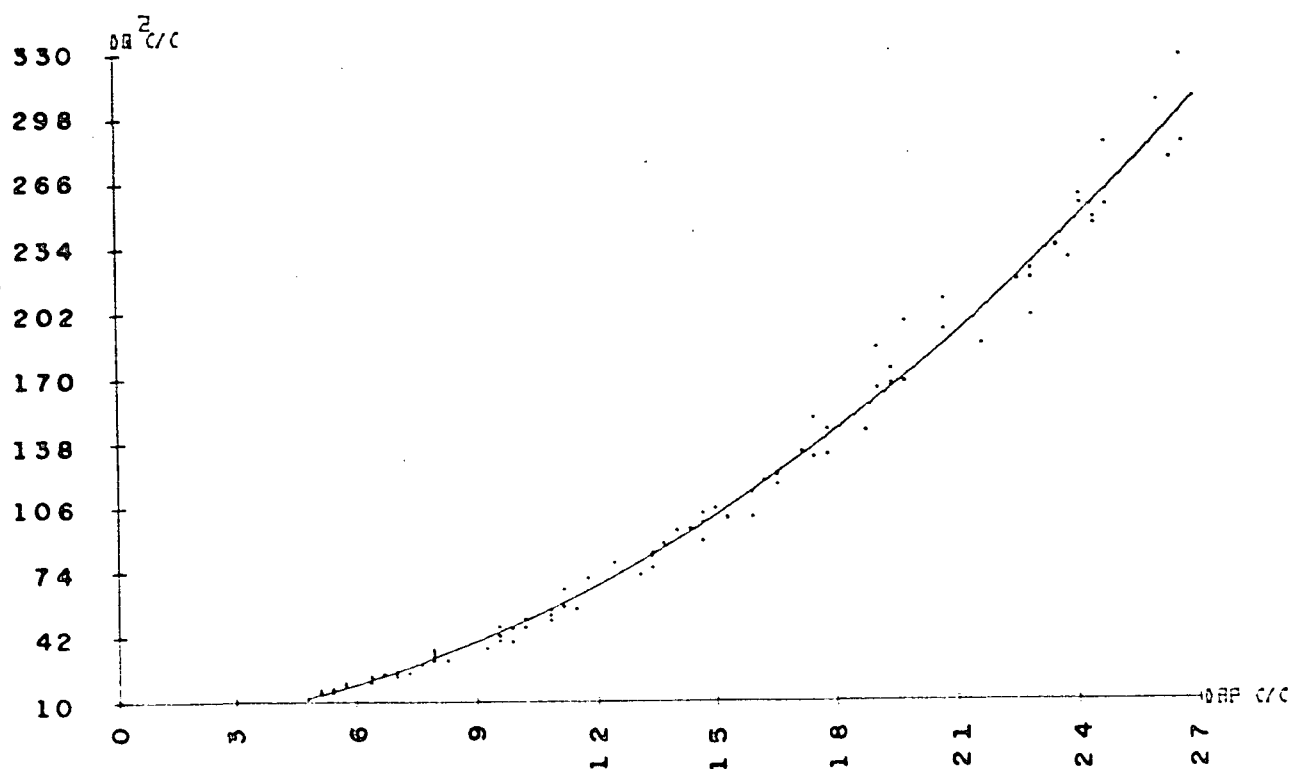


FIGURA 7 - Ajuste obtido na estimativa do d_q^2/c utilizando-se o modelo parabólico (3) $d_q^2 = b_0 + b_1d + b_2d^2$

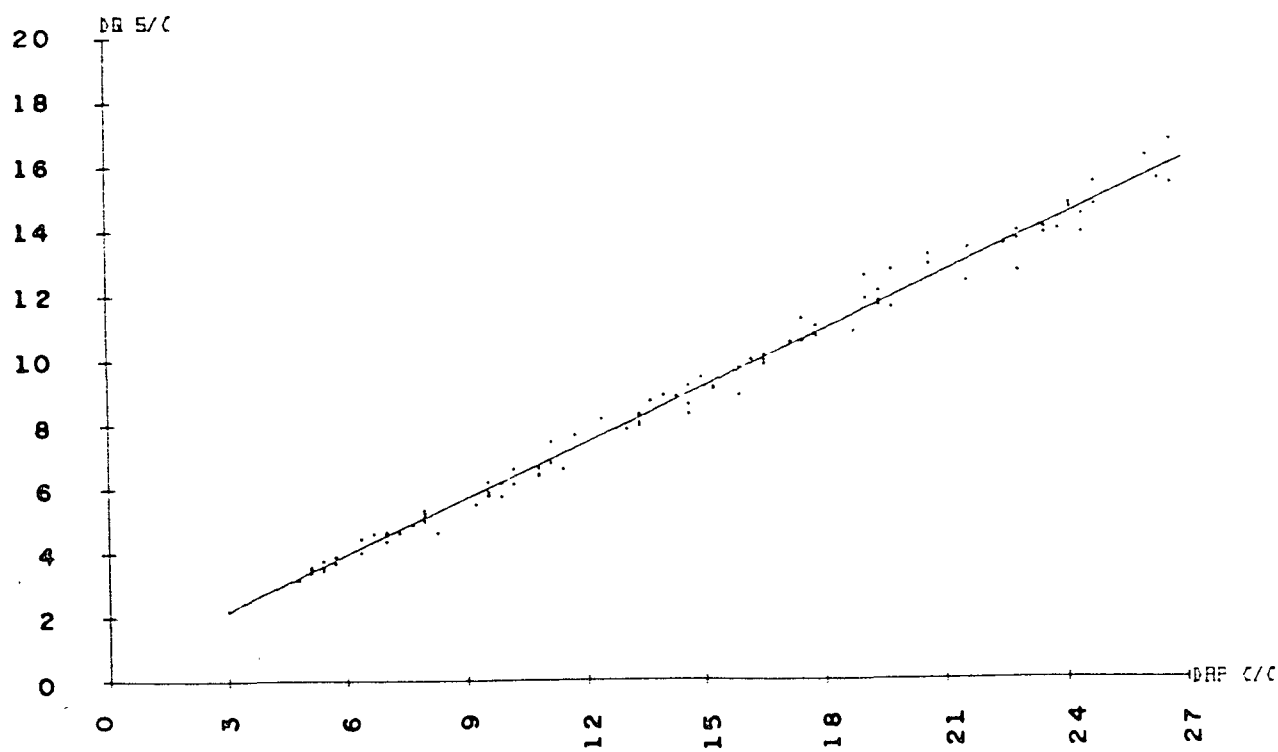


FIGURA 8 - Ajuste obtido na estimativa do d_{qs}/c utilizando-se o modelo linear (1) $d_q = b_0 + b_1d$

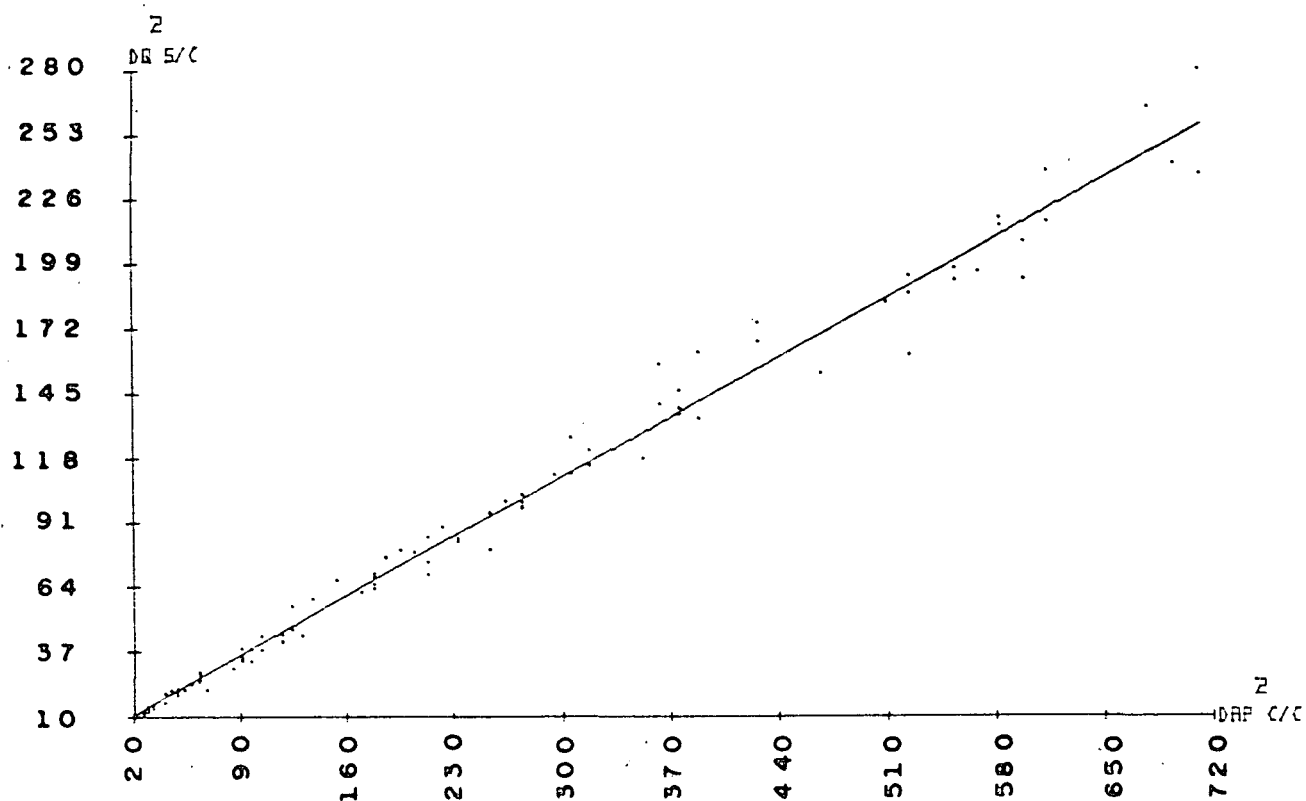


FIGURA 9 - Ajuste obtido na estimativa do dq_s/c utilizando-se o modelo linear (2) $dq^2 = b_0 + b_1 d^2$

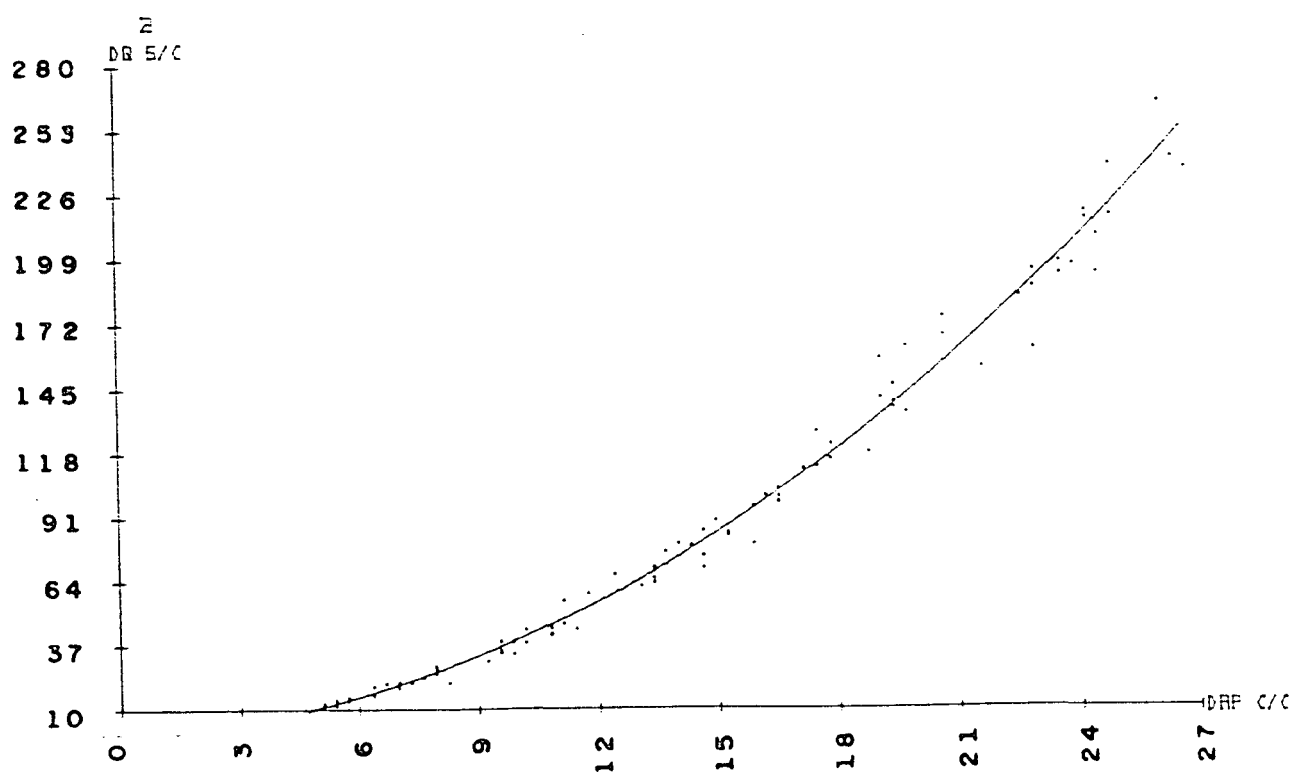


FIGURA 10- Ajuste obtido na estimativa do dq_s/c utilizando-se o modelo parabólico (3) $dq^2 = b_0 + b_1 d + b_2 d^2$

conforme mostram os Quadros 16 e 17, no apêndice, aplicou-se o teste χ^2 de Bartlett para testar a homogeneidade de variância. Obteve-se um valor de χ^2 igual a 0,001865 e 0,001773 respectivamente, para o volume com e sem casca. Comparando-os com χ^2 tabelar, conclui-se que as variâncias são homogêneas para um nível de 0,05 como mostram os Quadros 18 e 19 do apêndice.

A seguir procedeu-se a análise de variância para verificar se as estimativas volumétricas obtidas através do diâmetro quadrático médio são diferentes significativamente em relação às fornecidas pelo melhor modelo volumétrico selecionado. Os resultados da análise de variância são apresentados nos Quadros 10 e 11, para estimativas do volume com e sem casca, respectivamente.

Observando estes quadros, verifica-se que as médias volumétricas estimadas indiretamente pelo diâmetro quadrático médio, não diferem significativamente da média estimada pela equação exponencial de Spurr, para o volume com e sem casca, a nível de 95% de probabilidade.

4.3.2 ANÁLISE DOS RESÍDUOS VOLUMÉTRICOS

As Figuras de 11 a 14, apresentam a distribuição dos resíduos em percentagem, por classe diamétrica, dos volumes com casca fornecidos tanto pelas estimativas indiretas através do diâmetro quadrático médio, como também pelas resultantes da equação exponencial de Spurr. Já a distribuição residual referentes aos volumes sem casca, estimados direta

QUADRO 10 Análise de variância para as estimativas volumétricas com casca.

FONTE DE VARIAÇÃO	GL	SQ	QM	F * CALC.
Blocos (classes diamétricas)	7	0,137122643	-	-
Tratamento (série de estimativas)	3	0,000008144	0,000002715	0,6849 NS
Resíduo	21	0,000083252	0,000003964	-
TOTAL	31	1,137214039	-	-

* $F(0,05; 3; 21) = 0,071$

QUADRO 11 Análise de variância para as estimativas volumétricas sem casca

FONTE DE VARIAÇÃO	GL	SQ	QM	F * CALC.
Blocos (classes diamétricas)	7	0,805819925	-	-
Tratamento (série de estimativa)	3	0,000011875	0,000003958	0,7069 NS
Resíduo	21	0,000117575	0,000005599	-
TOTAL	31	0,805949375	-	-

* $F(0,05; 3; 21) = 0,071$

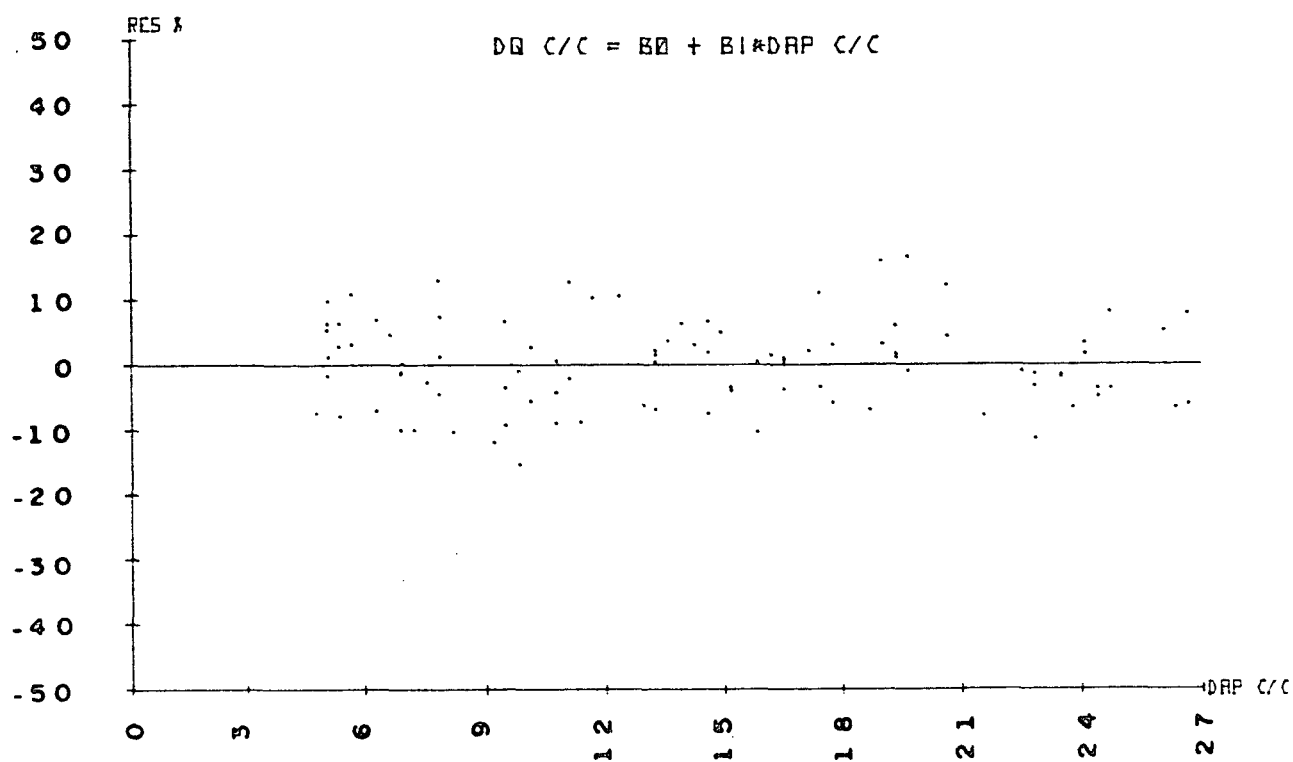


FIGURA 11 - Distribuição dos resíduos volumétricos com casca em percentagem, fornecidos pelo modelo linear (1).

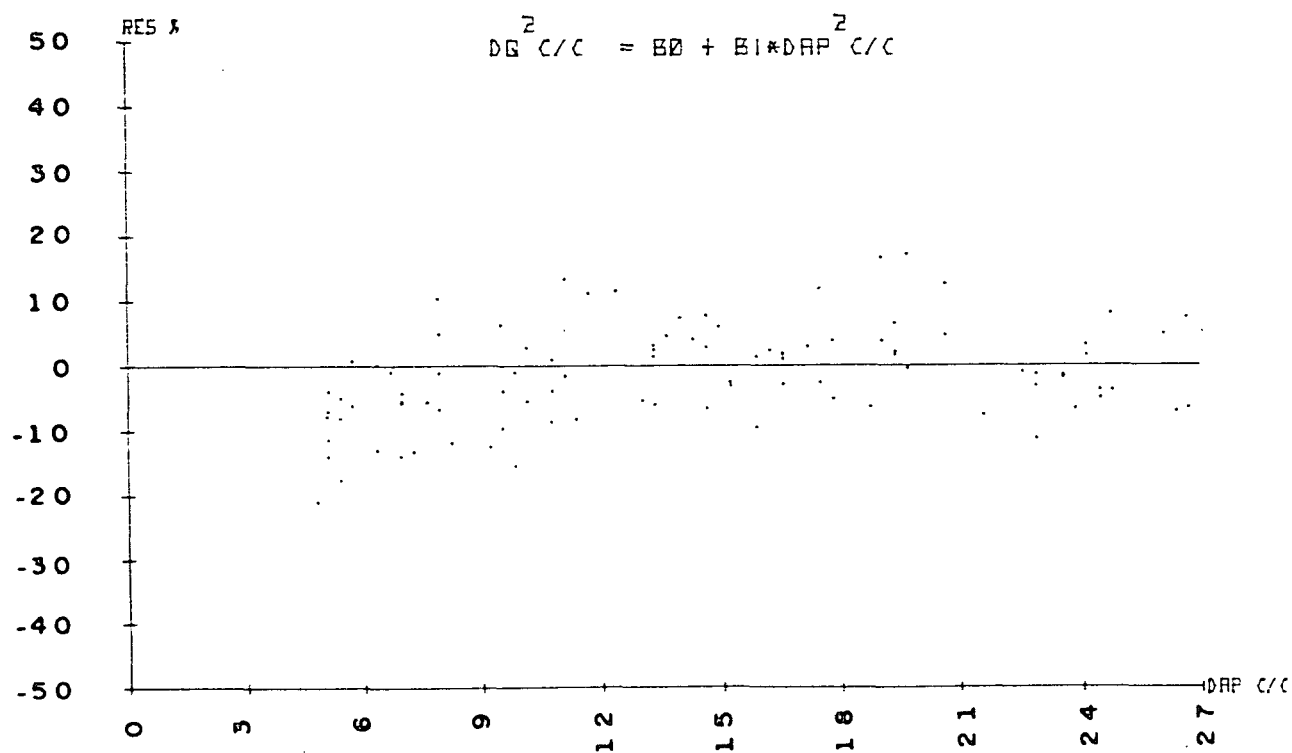


FIGURA 12 - Distribuição dos resíduos volumétricos com casca em percentagem, fornecidos pelo modelo linear (2).

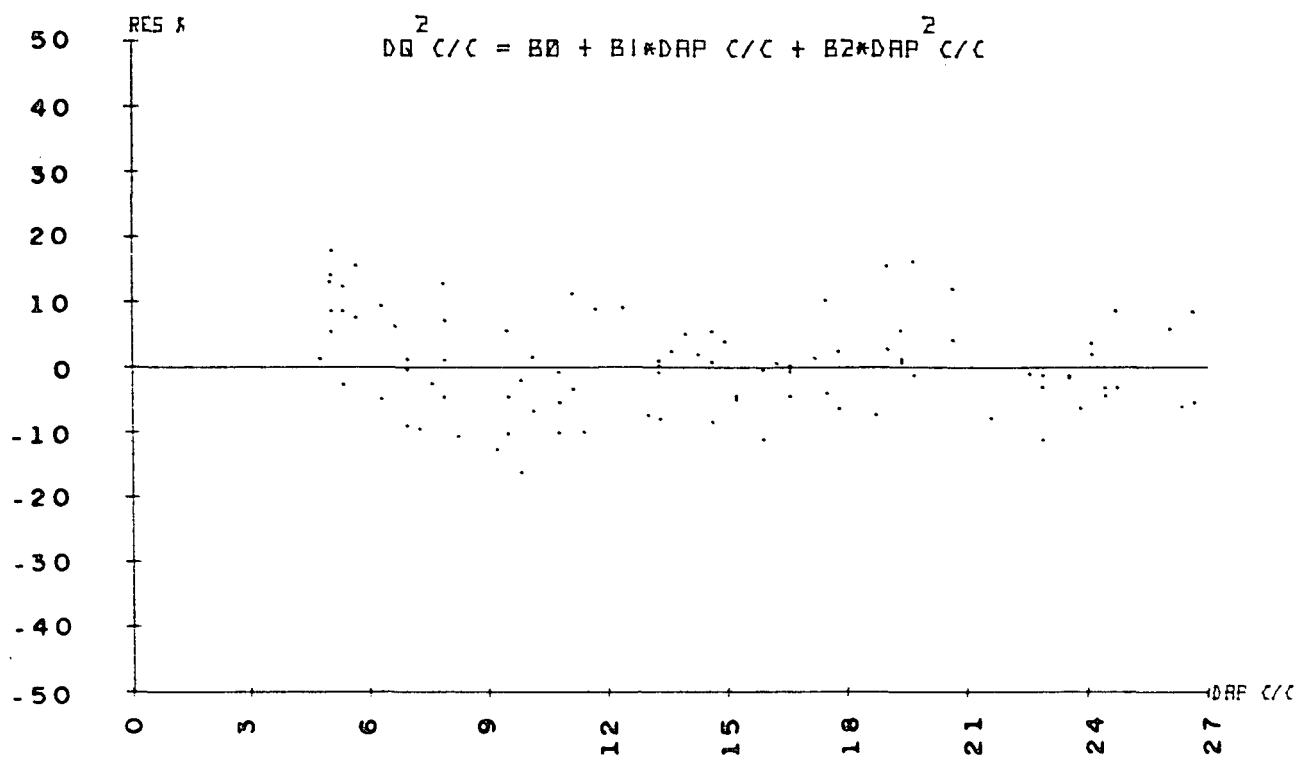


FIGURA 13 - Distribuição dos resíduos volumétricos com casca em percentagem, fornecidos pelo modelo linear (3).

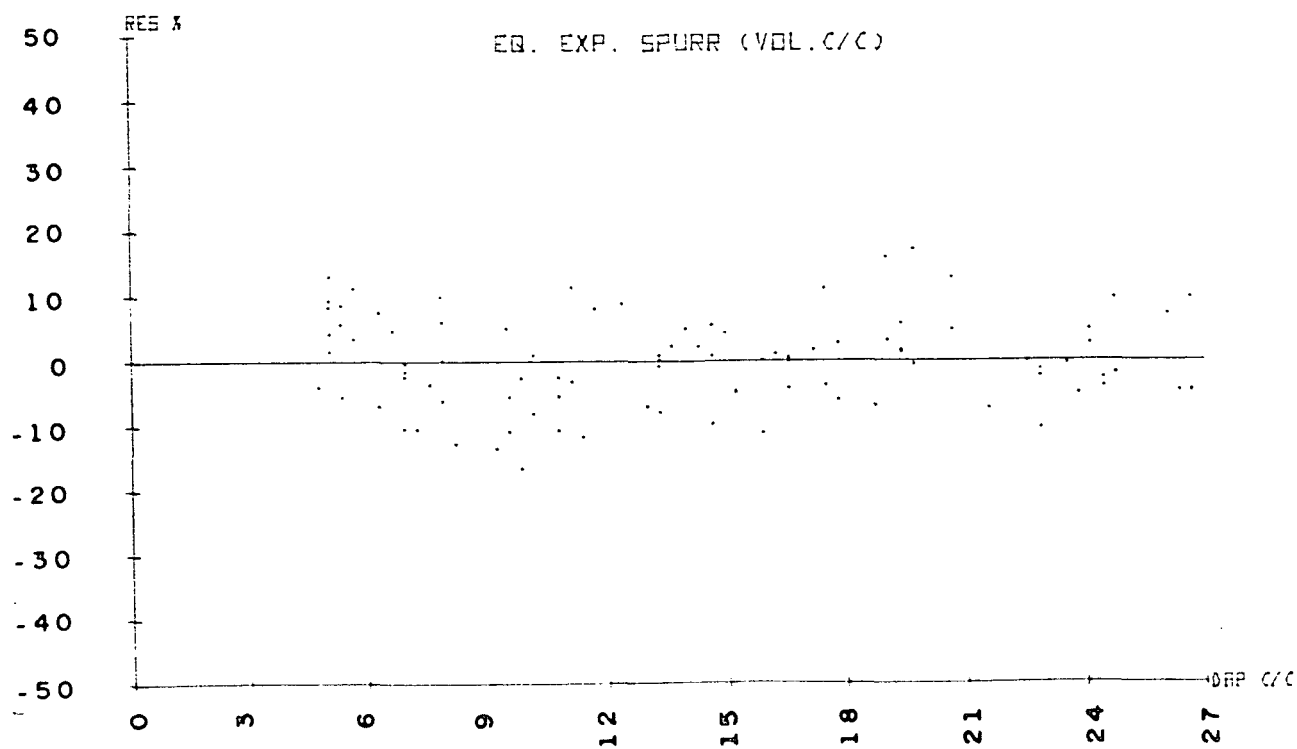


FIGURA 14 - Distribuição dos resíduos volumétricos com casca em percentagem, fornecidos pelo ajuste do modelo exponencial de spurr.

e indiretamente, são mostrados nas Figuras de 15 a 18.

Analisando estas figuras, não se detetou a existência de tendenciosidade em nenhuma das distribuições, para as estimativas volumétricas diretas, assim como para as indiretas. Pequenas variações quanto a uniformidade, foram verificadas na distribuição residual dos volumes com e sem casca obtidos indiretamente pelo modelo 2, onde estes são superestimados nas classes diamétricas inferiores, conforme mostram as Figuras 12 e 16. No entanto, tais irregularidades em uma análise visual de todas as classes diamétricas, mostram-se insuficientes para se classificar como tendenciosas as estimativas globais obtidas por este modelo.

A comprovação analítica, da análise visual realizada anteriormente, pode ser verificada através do teste de probabilidade cumulativa dos resíduos. Nos Quadros 12 e 13, são apresentados os valores de probabilidade cumulativa juntamente com a somatória quadrática residual, das estimativas volumétricas com e sem casca, respectivamente.

Observando tais quadros, nota-se que não ocorreu nenhum valor de probabilidade cumulativa inferior a 0,05 (valor pré-estabelecido), o que evidencia a inexistência de tendenciosidade nas estimativas com e sem casca resultantes.

Os baixos valores de probabilidade cumulativa verificadas para a distribuição residual, dos volumes estimados indiretamente pelo modelo 2, confirmam a influência das variações citadas anteriormente. Esta influência é refletida com menor intensidade, nos valores das somatórias quadráticas residuais dos volumes estimados por tal modelo. Mesmo assim, a semelhança dos valores das somatórias de quadrados,

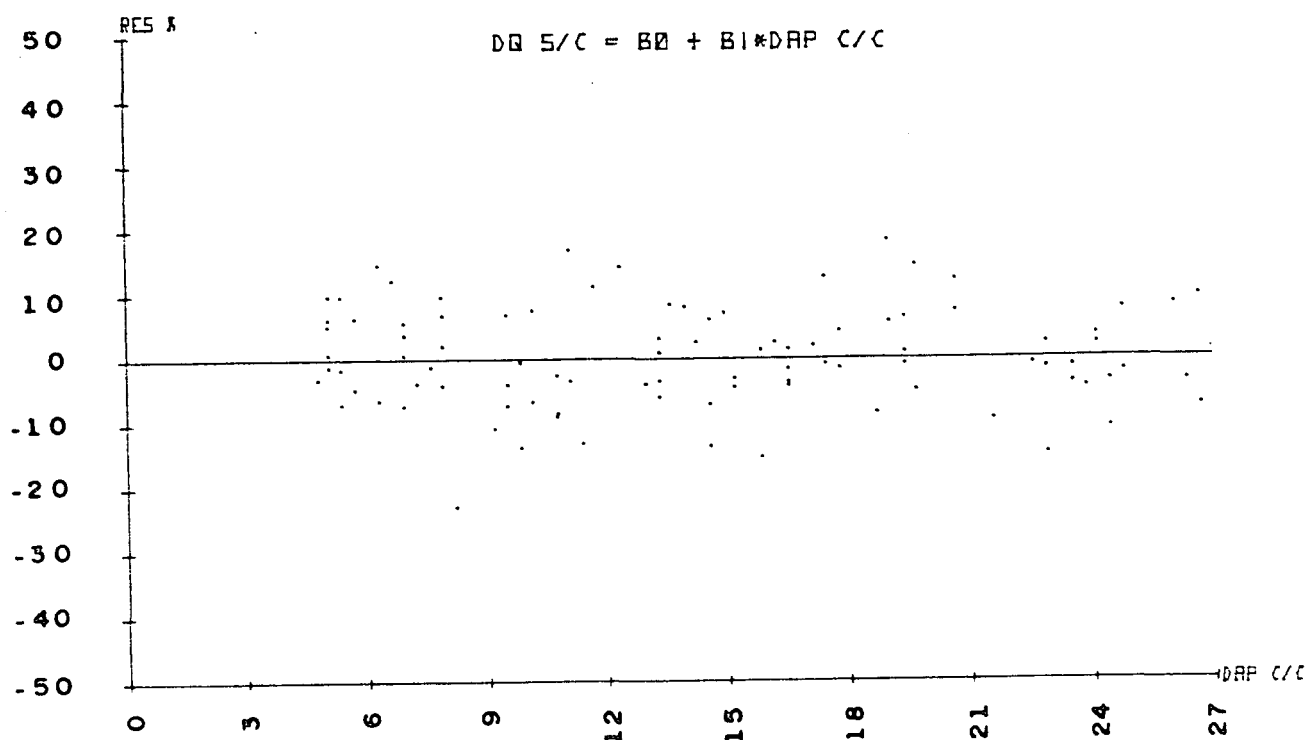


FIGURA 15 - Distribuição dos resíduos volumétricos sem casca em percentagem, fornecidos pelo modelo linear (1).

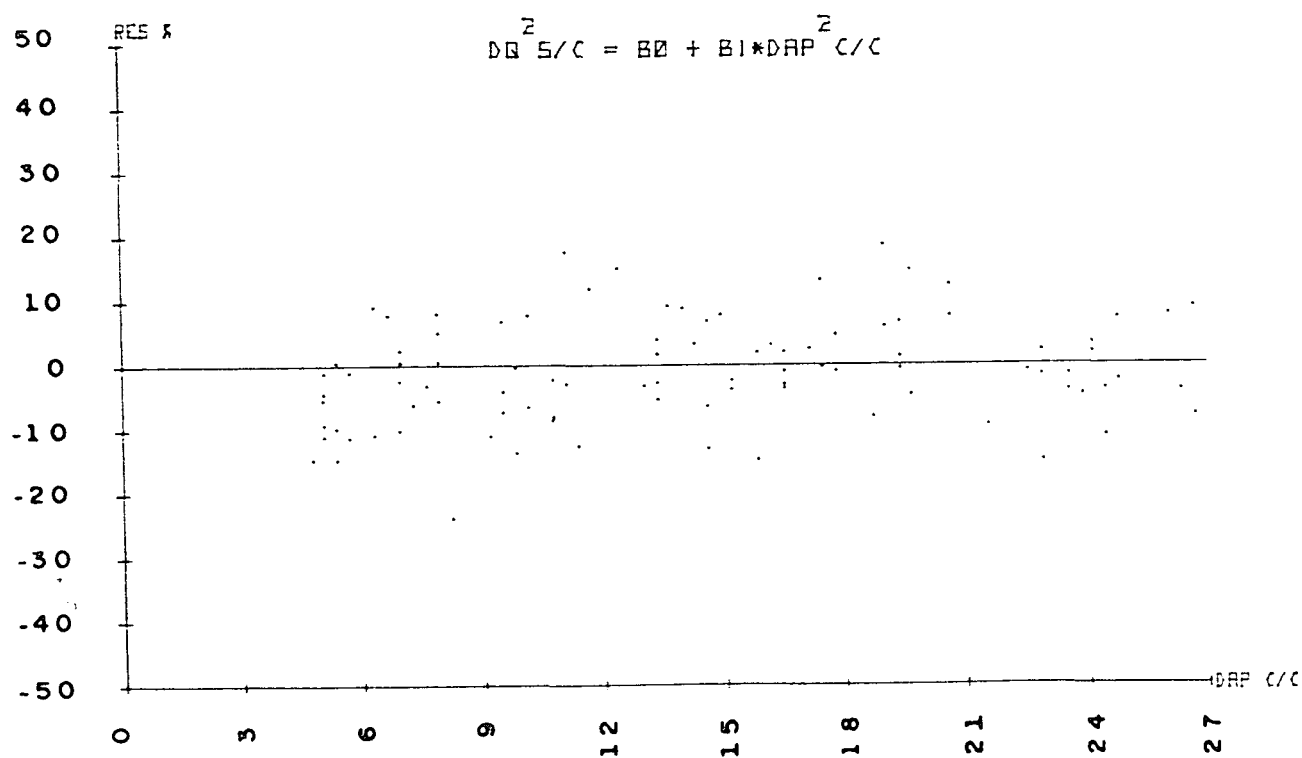


FIGURA 16 - Distribuição dos resíduos volumétricos sem casca em percentagem, fornecidos pelo modelo linear (2).

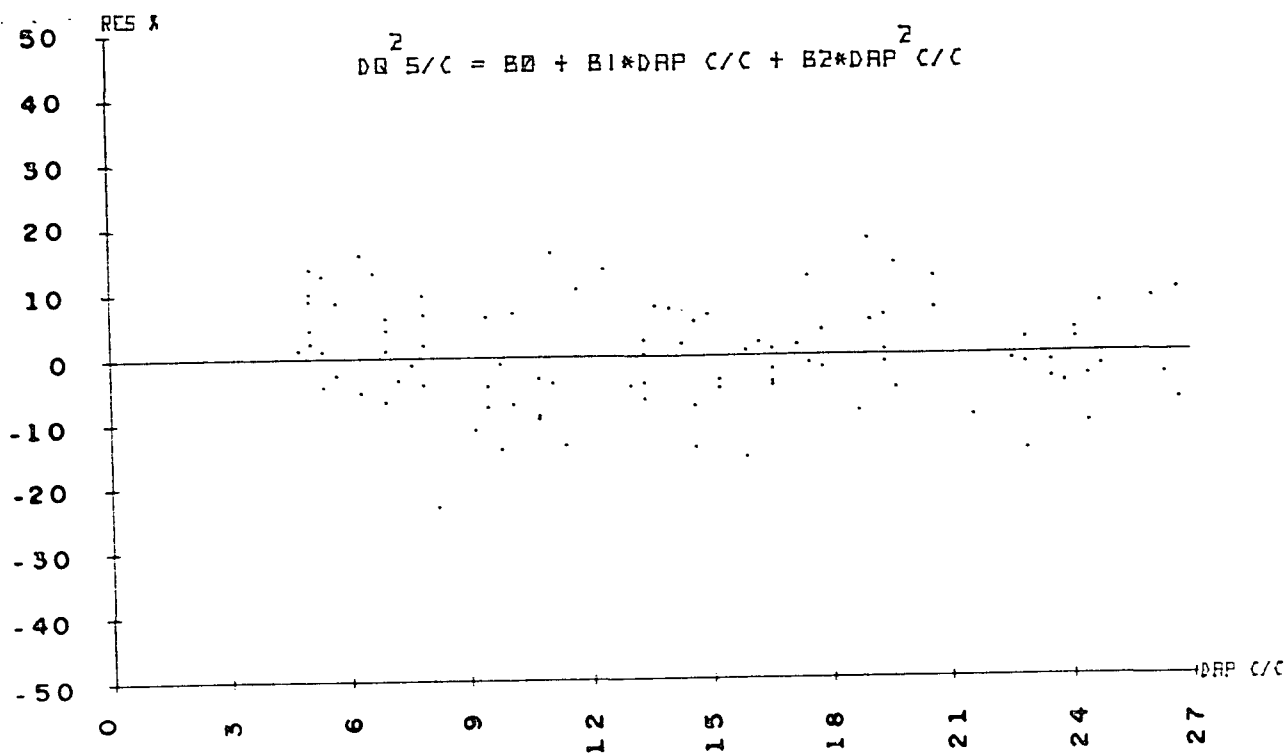


FIGURA 17 - Distribuição dos resíduos volumétricos sem casca em percentagem, fornecidos pelo modelo parabólico (3).

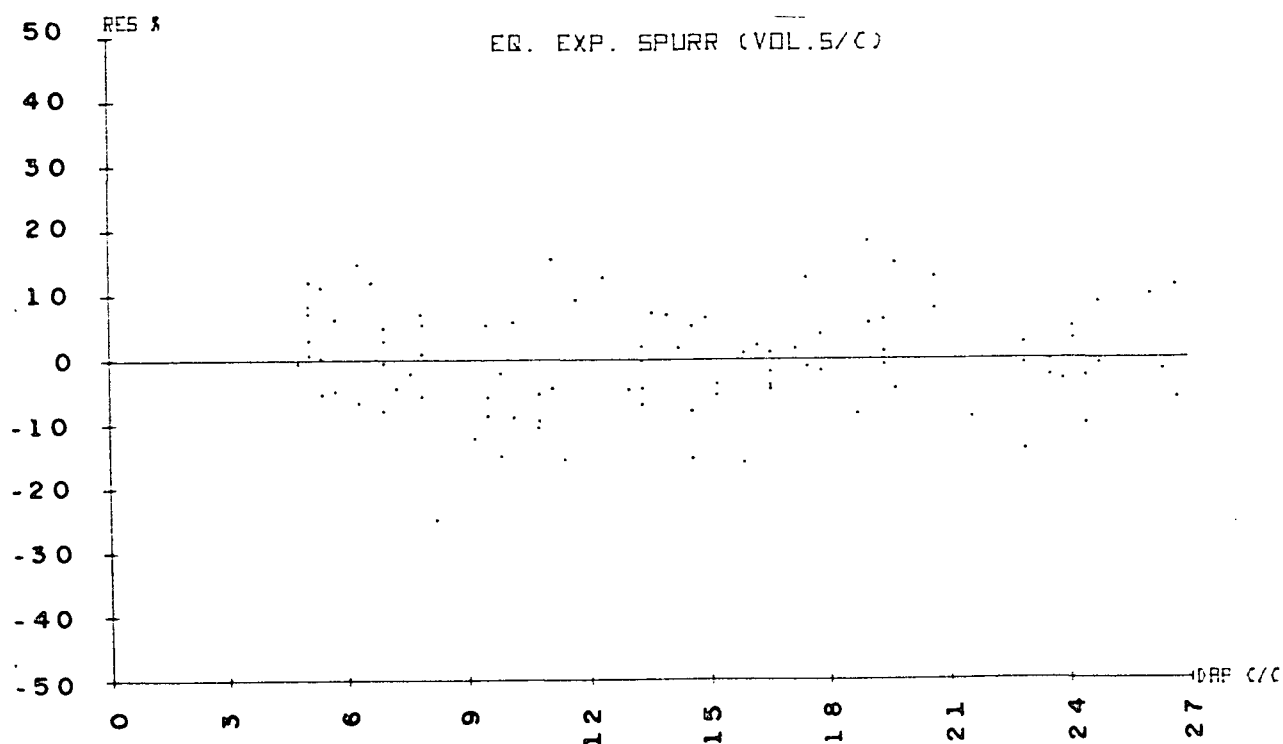


FIGURA 18 - Distribuição dos resíduos volumétricos sem casca em percentagem, fornecidos pelo ajuste do modelo exponencial de spurr.

QUADRO 12 Valores de probabilidade cumulativa e soma de quadrados das séries residuais do volume com casca.

PARÂMETROS ESTIMADOS	ESTIMATIVAS INDIRETAS			Diretas eq. exp. Spurr
	Modelo nº 1	Modelo nº 2	Modelo nº 3	
P.C.	0,971	0,143	0,971	0,971
S.Q.R.	0,027327	0,028086	0,026878	0,027361

QUADRO 13 Valores de probabilidade cumulativa e soma de quadrados das séries residuais do volume sem casca.

PARÂMETROS ESTIMADOS	ESTIMATIVAS INDIRETAS			Diretas eq. exp. Spurr
	Modelo nº 1	Modelo nº 2	Modelo nº 3	
P.C.	1,000	0,371	1,000	0,971
S.Q.R.	0,024815	0,025099	0,024721	0,025287

resultantes para os volumes obtidos indiretamente, demonstram que estes são tão bem estimados quanto os fornecidos diretamente, quando comparados aos volumes padrões.

4.3.3 PRECISÃO DAS ESTIMATIVAS

Os Quadros 14 e 15 apresentam os valores de percentagem média dos desvios (P.M.D.) e erro padrão residual em percentagem ($Syx\%$) das estimativas volumétricas com e sem casca. Deve-se ressaltar que os valores de $Syx\%$ reportados nesses quadros, para as estimativas volumétricas indiretas, são os mesmos obtidos por ocasião do ajuste dos modelos para estimar o diâmetro quadrático médio, conforme explicado em 3.11.3.2.

Comparando-se os valores de P.M.D., nota-se que as estimativas volumétricas com e sem casca, obtidas indiretamente pelo modelo 1 foram mais precisas que as fornecidas pelo melhor modelo volumétrico selecionado. Já as demais estimativas fornecidas indiretamente, mostram valores de P.M.D. levemente superiores ao apresentado pela equação exponencial de Spurr. No entanto, todos esses valores encontram-se abaixo de 10%, limite este pré-estabelecido por SPURR³⁴.

Considerando o $Syx\%$ como variável resposta, a observação destes valores, também apresentados nos Quadros 14 e 15, vem de encontro aos resultados obtidos através da análise das percentagens médias dos desvios, ou seja: as estimativas volumétricas indiretas mais precisas, em ordem decrescentes, foram as fornecidas pelo modelo 1, 3 e 2 quando com-

QUADRO 14 Percentagem média dos desvios e erro padrão residual em percentagem obtidos para as estimativas volumétricas com casca.

ESTIMADORES	ESTIMATIVAS INDIRETAS			Diretas eq. exp. Spurr
	Modelo nº 1	Modelo nº 2	Modelo nº 3	
P.M.D.	5,40 %	6,14 %	5,80 %	5,59 %
<i>Syx</i> %	7,95 %	8,08 %	7,96 %	7,07 %

QUADRO 15 Percentagem média dos desvios e erro padrão residual em percentagem obtidos para as estimativas volumétricas sem casca.

ESTIMADORES	ESTIMATIVAS INDIRETAS			Diretas eq. exp. Spurr
	Modelo nº 1	Modelo nº 2	Modelo nº 3	
P.M.D.	6,28 %	6,54 %	6,46 %	6,39 %
<i>Syx</i> %	9,22 %	9,28 %	9,27 %	8,26 %

paradas com as resultantes da aplicação da equação exponencial de Spurr.

A não significância estatística de pequenas diferenças verificadas tanto para os valores de P.M.D. como de $Syx\%$ das estimativas, ficou demonstrada na análise de variância realizada anteriormente.

5 CONCLUSÕES

Analizando os Quadros 4 e 5, dentre os seis modelos testados para obter diretamente o volume com e sem casca, o modelo proposto por Spurr,

$$\log V = \log b_0 + b_1 \log (d^2 \cdot h)$$

foi o que forneceu as melhores estimativas. Tal resultado vem de encontro aos obtidos nas pesquisas de diversos autores, em que os modelos logarítmicos resultaram ser mais precisos para a derivação de equações volumétricas.

Os Quadros 6 e 7, de correlações lineares simples, demonstram a existência de alta correlação da variável dependente diâmetro quadrático médio com e sem casca, com a variável diâmetro a altura do peito com casca (DAP_c/c) e com esta na forma quadrática (DAP^2_c/c). Quando considerou-se como variável dependente o d_q com e sem casca (diâmetro correspondente à base onde o fator de forma natural é igual a unidade), a variável que apresentou maior correlação linear simples foi o diâmetro a altura do peito com casca (DAP_c/c).

Dentre os modelos testados para estimar o d_q^2 com e sem casca, baseando-se nas análises estatísticas dos Quadros 8 e 9, conclui-se que todos podem ser utilizados para a obtenção de tais estimativas. Do ponto de vista do erro padrão residual ($Syx\%$), os três modelos mostraram comportamentos

semelhantes mas, analisando-os através do teste de probabilidade cumulativa, verificou-se que os modelos 1 e 3 apresentaram seus respectivos valores residuais mais uniformemente distribuídos, embora não tenha sido detectada a existência de tendenciosidade, nas estimativas fornecidas pelo modelo 2.

Na avaliação das estimativas volumétricas com e sem casca resultantes, a análise de variância revelou não haver diferença significativa entre as estimativas fornecidas pela equação exponencial de Spurr e as obtidas indiretamente através do diâmetro quadrático médio. A análise visual da distribuição dos valores residuais volumétricos e o teste de probabilidade cumulativa, comprovaram a inexistência de tendenciosidade nos volumes com e sem casca estimados indiretamente.

Quanto a precisão alcançada pelo método proposto, utilizando a percentagem média dos desvios (P.M.D.) como variável resposta, os resultados dos Quadros 14 e 15 indicam que as melhores estimativas volumétricas com e sem casca, foram as fornecidas indiretamente pelo modelo 1. Já no tocante ao $Syx\%$, a equação exponencial de Spurr, apresentou valores inferiores, em média de 1%, aos obtidos pelas estimativas volumétricas indiretas. Considerando que estas diferenças, nas estimativas com e sem casca, são plenamente aceitáveis, desprezíveis estatisticamente e levando-se em conta a simplicidade e praticidade de tal método, chega-se a conclusão que a variável d_q^2 constitui um importante instrumento a ser utilizado em estimativas volumétricas de árvores individuais.

A potencialidade de uso do diâmetro quadrático médio,

em estimativas volumétricas não reside apenas nos resultados apresentados por essa avaliação, mas também pela facilidade de obtenção dessa variável sem custos adicionais de medição. Esta afirmativa é válida desde que na determinação do volume padrão das árvores-amostras, sejam tomadas medidas diamétricas em alturas relativas, conforme a metodologia desenvolvida por Hohenadl.

R E S U M O

O presente trabalho de pesquisa teve como principais objetivos propor a utilização do diâmetro quadrático médio (dq) em estimativas volumétricas individuais e compará-las em relação às obtidas diretamente pela melhor equação volumétrica selecionada dentre seis modelos, sendo três aritméticos e três exponenciais, testados para o mesmo conjunto de dados.

Para isto foram utilizados 95 árvores de *Eucalyptus grandis* Hill ex-Maiden, cobrindo uma amplitude diamétrica de 3 a 27cm, provenientes de povoamentos com 5 a 6 anos de idade, pertencentes às Indústrias Klabin do Paraná de Celulose S.A., localizada no município de Telêmaco Borba, Estado do Paraná.

Como existia neste estudo a proposição para se trabalhar com diâmetros relativos, foram tomadas as circunferências, bem como as espessuras de casca, em dois pontos diametralmente opostos, nos níveis de 0,05; 0,15; 0,25 ... 0,85; 0,95 da altura total de cada árvore amostrada, além da sua respectiva circunferência com casca a altura do peito.

As estimativas do diâmetro quadrático médio com e sem casca, foram conseguidas pelo ajuste dos seguintes modelos:

$$dq = b_0 + b_1 d_{1,3}$$

$$dq^2 = b_0 + b_1 d_{1,3}^2$$

$$d_q^2 = b_0 + b_1 d_{1,3} + b_2 d_{1,3}^2$$

onde:

$$d_q^2 = \frac{d_{0,05}^2 + d_{0,15}^2 + \dots + d_{0,85}^2 + d_{0,95}^2}{10}$$

que posteriormente substituídas na expressão:

$$V = \frac{\pi}{4} d_q^2 \cdot h$$

forneceram indiretamente as estimativas volumétricas com e sem casca.

Dos modelos testados para obter diretamente o volume com e sem casca, as melhores estimativas foram alcançadas com o modelo exponencial de Spurr:

$$\log V = \log b_0 + b_1 \log(d^2 \cdot h)$$

Entre os critérios adotados para a seleção do melhor modelo de regressão foi utilizado a menor soma de quadrados dos resíduos, desde que não apresentasse tendenciosidade nas distribuições residuais, condição esta verificada através do teste de probabilidade cumulativa.

Pelo estudo comparativo realizado, as três séries volumétricas com e sem casca, fornecidas indiretamente pela utilização do diâmetro quadrático médio, foram estimadas com graus de precisão semelhantes às oriundas da equação exponencial de Spurr. Esta situação foi verificada considerando-se tanto o erro padrão residual ($Sy\%$) como a percentagem média dos desvios (P.M.D.) como estimadores de precisão.

A análise gráfica da distribuição residual dos volumes e a posterior comprovação analítica desta pelo teste de probabilidade cumulativa, não evidenciaram a presença de

tendenciosidade em nenhuma das estimativas.

A não significância estatística em pequenas diferenças existentes entre os volumes com e sem casca, estimados direta e indiretamente, ficou demonstrada pela realização da análise de variância, ratificando assim a validade de uso da metodologia proposta.

S U M M A R Y

The objective of this research was to study the use of the mean quadratic diameter (d_q^2) in individual volumetric estimates, and to compare these estimates with the individual volumes, obtained through the best volumetric equation selected among 6 mathematical models, tested to the same set of data.

The data came from 95 trees of *Eucalyptus grandis* Hill ex - Maiden in a 5 to 6 years old plantation, owned by "Indústrias Klabin do Paraná", located in the county of Telêmaco Borba, State of Paraná. The diameter distribution of those trees ranges from 3 to 27 centimeters. It were measured circumferences and bark thickness from every tree along the stem at dbh and at the following relative heights: 0.5; 0.15; 0.25; ... 0.85; 0.95.

The mean quadratic diameters with and without bark were estimated by using the models:

$$1- \quad d_q = b_0 + b_1 d$$

$$2- \quad d_q^2 = b_0 + b_1 d^2$$

$$3- \quad d_q^2 = b_0 + b_1 d + b_2 d^2$$

where

$$d_q^2 = \frac{d_{0.05}^2 + d_{0.15}^2 + \dots + d_{0.85}^2 + d_{0.95}^2}{10}$$

$d = dbh$ in centimeter.

These d_q^2 estimated values were replaced in the volume expression $V = \pi/4 \cdot d_q^2 \cdot h$ resulting indirectly the volumetric estimates with and without bark. The exponential model from Spurr $\log V = \log b_0 + b_1 \log(d^2 \cdot h)$ was the best one among several tested models to estimate directly the volume with and without bark.

Among the used criteria to select the best regression model it was also used the smallest residual sum of squares, since that their residual distributions have not presented any bias. This last condition was verified through the Cumulative Probability test.

A comparative study suggested that the three volumetric series with and without bark obtained indirectly by using the mean quadratic diameter were estimated with similar degree of precision when compared with the estimated values from the Spurr equation. The residual standard error in percent ($Sy\%$) and the mean percent of deviations were used to make this comparison.

The graphic analysis of the volume residual distributions and the test of the cumulative probability did not suggest any bias of any of the estimates.

The statistic insignificance of differences among the volumes with and without bark, estimated direct and indirectly was comproved by the analysis of variance. Then the validity of the proposed methodology was confirmed.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 AVERY, T.E. Natural resources measurements. 2.ed. New York, McGraw-Hill, 1975. 339 p.
- 2 BARROS, P.L.C. Estudo das distribuições diamétricas da floresta do planalto Tapajós-Pará. Curitiba, 1980. 123 f. Dissertação, mestrado. Setor de Ciências Agrárias. Universidade Federal do Paraná.
- 3 BEERS, T.W. & GINGRICH, S.F. Construction of cubic-foot volume table for Red Oak in Pennsylvania. Jour.For., 56:210-14, 1958.
- 4 BRUCE, D. & SCHUMACHER, F.X. Forest mensuration. New York, McGraw-Hill, 1950. 438 p.
- 5 CAMPOS, J.C.C. Estudo sobre o índice de sítio, tabelas de volume e produção para *Pinus elliottii* Engelm no Estado de São Paulo. Turrialba, 1970. 82 f. Dissertação, mestrado. I.I.C.A.
- 6 DRAPER, N.R. & SMITH, A. Applied regression analysis. New York, John Wiley & Sons, 1966. 407 p.
- 7 DRESS, P.E. Statistical and mathematic application in the construction and adjustment of standart cubic-foot volume tables. Pennsylvania, 1959. 69 p. Dissertação, M.Sc. Pennsylvania State Univ., School of Forestry.
- 8 FRAYER, W.E. Weighted regression. In: Proceedings. Regression methods in forest research. Fort Collins, Colorado State University, Department of Forestry and Wood Science, 1971. p. 61-79.
- 9 FUNDAÇÃO DE PESQUISAS FLORESTAIS DO PARANÁ. Estudo da relação entre elementos dendrométricos e o peso da madeira de *Eucalyptus grandis*. Curitiba, 1981. 28 p.
- 10 GOLDING, D.L. & HALL, O.F. Test of precision of cubic-foot tree volume equation on Aspen, Jack Pine and White Spruce. For. Chron., 37 (2):123-32, 1961.
- 11 GOMES, A.M.A. Medição de arvoredos. Lisboa, Livraria Sá da Costa, 1957. 413 p.

- 12 HEINSDIKJ, D.; SOARES, R.O; ANDEL, S. & ASCOLY, R.B. Plantações de eucaliptos no Brasil. Boletim do Setor de Inventários Florestais. Ministério da Agricultura, 10. 1965. 69p.
- 13 HIGUCHI, N. Tabelas de volume para povoamentos nativos de Canafístula (Leguminosae), Cedro (Meliaceae), Pau-marfim (Rutaceae) e Canelas (Lauraceae) no extremo oeste paranaense. Curitiba, 1978. 75 f. Dissertação, mestrado. Setor de Ciências Agrárias. Universidade Federal do Paraná.
- 14 HONER, T.G. A new cubic-foot volume function. For. Chron., 41:476-93, 1965.
- 15 HUSCH, B. Forest mensuration and statistics. New York, Ronald Press, 1963. 474 p.
- 16 HUSCH, B.; MILLER, C.I. & BEERS, T.W. Forest mensuration. 2 ed. New York, Ronald Press, 1971. 410 p.
- 17 KO, Y.Z. Beziehungen zwischen formquotienten und formzadl. Freiburg, 1968. 118 p. (Tese Ph.D., Albert Ludwigs Universität).
- 18 KOŽAK, A. Notas sobre regressão e análise de correlação como instrumento importante em pesquisa florestal. In: CONGRESSO MUNDIAL, 16, Oslo, Norway, 1976. Proceedings. IUFRO, 1976 (Fotocopiado).
- 19 LOETSCH, F.; ZOHER, F. & HALLER, K.E. Forest inventory. Munchen, BLV. Verlagsgesellschaft, 1973. V.2. 469 p.
- 20 MAACK, R. Geografia física do Estado do Paraná. Curitiba. CODEPAR, 1968. 350 p.
- 21 MACHADO, S.A. Tabela de volume para *Pinus taeda* na região de Telêmaco Borba-PR, Rev.Floresta, 10(1):29-35. 1979.
- 22 MACKAY, E. Dasometria. Madrid, Escuela Técnica de Ingenieros de Montes, 1964. 759 p.
- 23 MEYER, H.A. The standard error of estimate of tree volume from the logarithmic volume equation. Jour. Forestry, 36:340-342. 1938.
- 24 ———. A correction for a systematic error occurring in the application of logarithmic volume equation. Pennsylvania Forest School Research, 1944 (paper 7). 2 p.
- 25 OGAYA, N. Kubierungsformeln und bestandsmassenformeln. Freiburg, 1968. 85p. (Tese Ph.D., Albert Ludwig Universität).

- 26 PAULA NETO, F. de.; RIBEIRO, J.C. & VALENTE, O.F. Tabela de volume para *Eucalyptus grandis*. Viçosa, Rev. Ceres, 22(121):212-22, 1975.
- 27 PAULA NETO, F. de. Tabela volumétrica com e sem casca para *Eucalyptus saligna*. Viçosa, Rev. Árvore, SIF, 1(1):31-53, 1977.
- 28 PÉLLICO NETTO, S. Die Forstinventuren in Brasilien: neue Entwicklungen und ihr Beitrag für eine geregelte Forstwirtschaft. Freiburg, 1979. (Tese Ph.D., Albert Ludwigs Universität).
- 29 PRODAN, M. Holzmesslehre. Frankfurt am Main, J.D. Sauerlanger's Verlag, 1965. 644 p.
- 30 SCHNEIDER, P.R. & HOSOKAWA, R.T. Estudo de equações volumétricas para tabelas com e sem casca para acácia negra, *Acacia mearnsii* de Wild. In: CONGRESSO FLORESTAL BRASILEIRO, 3. Manaus, 1978. Anais. Silvicultura (14):90-95, 1979.
- 31 SILVA, J.A. Biometria e estatística florestal. Santa Maria. Centro de Ciências Rurais, 1975. 235 p.
- 32 SILVA, J.A.A. Análise de equações volumétricas para construção de tabelas de volume comercial para *Eucalyptus* spp., segundo a espécie, região e método de regeneração. Viçosa, 1977. 98 f. Dissertação, mestrado. Universidade Federal de Viçosa.
- 33 SMITH, J.H.G.; KER, J.W. & CSIMAZIA, J. Economics of reforestation of Douglas Fir, Western Hemlock and Western Red Cedar in the Vancouver Forest District. Vancouver, B.C., For. Bull., 3, 1961.
- 34 SPURR, S.H. Forest inventory. New York, Ronald Press, 1952. 476 p.
- 35 STEEL, R.G.D. & TORRIE, J.M. Principles and procedures of statistics. New York. McGraw-Hill, 1960. 481 p.
- 36 UBIALLI, J.A. Tabelas de volume para *Pinus taeda* L. nos principais eixos de reflorestamento do Estado do Paraná. Curitiba, 1981. 108 f. Dissertação, mestrado. Setor de Ciências Agrárias. Universidade Federal do Paraná.
- 37 VEIGA, R.A.A. Comparação de equações de volume para *Eucalyptus saligna* Smith - equações aritméticas formais. Rev. Floresta, 4(1):95-104, 1972.
- 38 VIDAL, J.J. & CONSTANTINO, I.N. Iniciación a la ciencia forestal. Barcelona, Imprensa Hispano-Americana, 1959. 547 p.

A P Ê N D I C E

QUADRO 16 Estimativas volumétricas médias com casca.

Classes de Diâmetro	Indiretamente através do diâmetro quadrático médio			Diretamente com a equação exp. Spurr
	Modelo nº 1	Modelo nº 2	Modelo nº 3	
3,0 - 5,9	0,0124	0,0140	0,0116	0,0121
6,0 - 8,9	0,0279	0,0289	0,0277	0,0282
9,0 - 11,9	0,0695	0,0694	0,0703	0,0708
12,0 - 14,9	0,1477	0,1463	0,1494	0,1493
15,0 - 17,9	0,2300	0,2281	0,2318	0,2310
18,0 - 20,9	0,3275	0,3260	0,3285	0,3269
21,0 - 23,9	0,4587	0,4586	0,4577	0,4541
24,0 - 26,9	0,5531	0,5547	0,5502	0,5450
Média dos Tratamentos	0,2283	0,2282	0,2284	0,2272

QUADRO 17 Estimativas volumétricas médias sem casca.

Classes de Diâmetro	Indiretamente através do diâmetro quadrático médio			Diretamente com a equação exp. Spurr
	Modelo nº 1	Modelo nº 2	Modelo nº 3	
3,0 - 5,9	0,0099	0,0109	0,0096	0,0097
6,0 - 8,9	0,0226	0,0232	0,0226	0,0229
9,0 - 11,9	0,0572	0,0570	0,0575	0,0582
12,0 - 14,9	0,1225	0,1215	0,1232	0,1237
15,0 - 17,9	0,1916	0,1905	0,1924	0,1923
18,0 - 20,9	0,2737	0,2730	0,2744	0,2733
21,0 - 23,9	0,3844	0,3849	0,3844	0,3810
24,0 - 26,9	0,4642	0,4660	0,4636	0,4582
Média dos Tratamentos	0,1908	0,1909	0,1910	0,1899

QUADRO 18 Teste χ^2 de Bartlett para as estimativas volumétricas com casca.

TRAT.	G.L. ($n_i - 1$)	Variância S^2	$\log S^2$	$(n_i - 1) \cdot \log S^2$
1	7	0,040987	- 1,38735	- 9,711477
2	7	0,040968	- 1,38755	- 9,712887
3	7	0,040669	- 1,39073	- 9,73516
4	7	0,039833	- 1,39976	- 9,79830
Σ	28	0,162457		-38,95782
		0,0406142	- 1,391322	-38,95701

$$\begin{aligned}
 \chi^2_{\text{Bartlett}} &= 2,3026 \{ (\Sigma (n_i - 1) \log S^2 - \Sigma (n_i - 1) \log S^2) \} \\
 &= 2,3036 \{-38,95701 - (-38,95782)\} \\
 &= 0,001865 \text{ com } 3 \text{ G.L. } < \chi^2_{(0,05; 3)} = 7,81
 \end{aligned}$$

QUADRO 19 Teste χ^2 de Bartlett para as estimativas volumétricas sem casca.

TRAT.	G.L. ($n_i - 1$)	Variância S^2	$\log S^2$	$(n_i - 1) \cdot \log S^2$
1	7	0,0289473	- 1,53839	- 10,76874
2	7	0,0290464	- 1,53691	- 10,75835
3	7	0,0289078	- 1,53898	- 10,77289
4	7	0,0282219	- 1,54941	- 10,84590

$$= 2,3026 \{ -43,14512 - (-43,14589) \}$$

$$= 0,001773 \text{ com } 3 \text{ G.L. } < \chi^2_{(0,05; 3)} = 7,81$$